৯ম-১০ম শ্রেণি

সাধারণ গণিত

আলোচ্য বিষয়

অধ্যায় ১৬ - পরিমিতি

ব্যবহারবিধি

দেখে নাও এই অধ্যায় থেকে কোথায় কোথায় প্রশ্ন এসেছে এবং সৃজনশীল ও বহুনির্বাচনীর গুরুত্ব।

কুইক টিপস

সহজে মনে রাখার এবং দ্রুত ক্যালকুলেশন করতে সহায়ক হবে।

বহুনির্বাচনী (MCQ)

বিগত বছর গুলোতে বোর্ড, স্কুল, কলেজ এবং বিশ্ববিদ্যালয়ে আসা বহুনির্বাচনী প্রশ্ন দেখে নাও উত্তরসহ।

সৃজনশীল (CQ)

পরীক্ষায় আসার মতো গুরুত্বপূর্ণ সৃজনশীল দেখে নাও উত্তরসহ।

প্র্যাকটিস

পরীক্ষায় আসার মতো গুরুত্বপূর্ণ সমস্যাগুলো প্র্যাকটিস করে নিজেকে যাচাই করে নাও।

উত্তরমালা

প্র্যাকটিস সমস্যাগুলোর উত্তরগুলো মিলিয়ে নাও।

উদাহরণ

টপিক সংক্রান্ত উদাহরণসমূহ।

সূত্রের আলোচনা

সূত্রের ব্যাপারে বিস্তারিত জেনে নাও।

টাইপ ভিত্তিক সমস্যাবলী

সম্পূর্ণ অধ্যায়ের সুসজ্জিত আলোচনা।

এক নজরে...

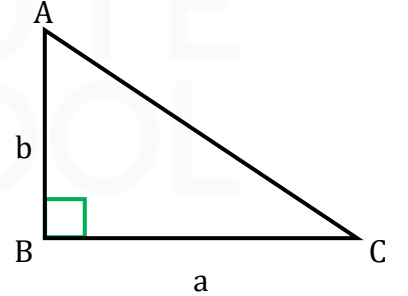
i. পরিমাপের ধারণা।
ii. ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সংক্রান্ত আলোচনা।
iii. চতুর্ভুজ ক্ষেত্রে ক্ষেত্রফল সংক্রান্ত আলোচনা।
iv. বৃত্ত সংক্রান্ত আলোচনা।
v. আয়তাকার ঘনবস্তু সংক্রান্ত আলোচনা।
vi. Type ভিত্তিক Math সমূহ উদাহরণ ও Practice।

সূত্রের আলোচনা

বিভিন্ন ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়:

i. সমকোণী ত্রিভুজ:

মনে করি, ABC সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয়ে, ভূমি $BC = a$ এবং উচ্চতা $AB = b$।

$\therefore \Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা

$= \frac{1}{2}ab$

কুইক টিপস

ত্রিভুজের ক্ষেত্রে ভূমি ও উচ্চতার পরিমাপ করলেই যে কোন ক্ষেত্রফল পাওয়া যায়।

ii. ত্রিভুজক্ষেত্রের দুইবাহু ও এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ দেওয়া আছে:

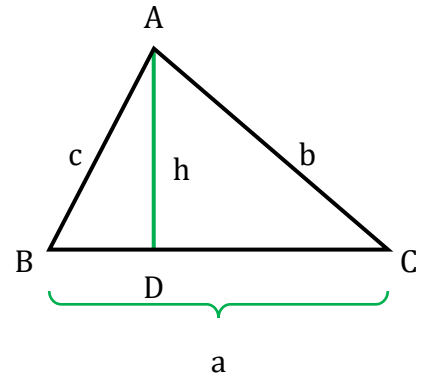
মনে করি, ΔABC এর বাহুত্রয় $BC = a, CA = b,$

$AB = c, AD \perp BC$। ধরি, উচ্চতা $AD = h$

$\angle C$ এর ক্ষেত্রে:

$\frac{AD}{CA} = \sin C$

বা, $\frac{h}{b} = \sin C$

$\therefore h = b \sin C$

$\therefore \Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times BC \times AD$

$= \frac{1}{2} ab \sin C$

অনুরূপভাবে, $\angle B$ এর ক্ষেত্রে:

$\therefore \Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} ca \sin B$

এবং, $\angle A$ এর ক্ষেত্রে:

$\therefore \Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} bc \sin A$

কুইক টিপস

লম্ব $=$ অতিভুজ $\times sin\theta$

ভূমি $=$ অতিভুজ $\times cos\theta$

লম্ব $=$ ভূমি $\times tan\theta$

iii. ত্রিভুজের তিনবাহু দেওয়া আছে:

ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

প্রমাণ:

মনে করি, ΔABC এ $BC = a, CA = b, AB = c$

পরিসীমা $2s = a + b + c$

$AD \perp BC$; ধরি, $BD = x$ এবং $CD = a - x$

ΔABD সমকোণী ত্রিভুজে, $AD^2 = AB^2 - BD^2$

ΔACD সমকোণী ত্রিভুজে, $AD^2 = AC^2 - CD^2$

$\therefore AB^2 - BD^2 = AC^2 - CD^2$

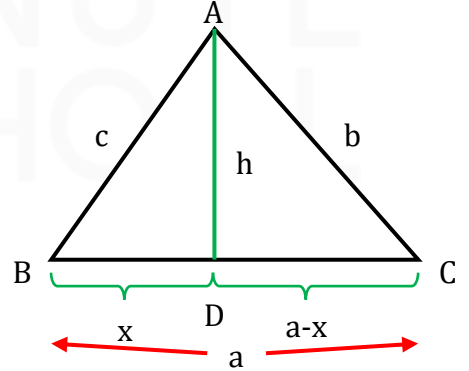
বা, $c^2 - x^2 = b^2 - (a-x)^2$

বা, $c^2 - x^2 = b^2 - a^2 + 2ax - x^2$

বা, $2ax = c^2 + a^2 - b^2$

$\therefore x = \dfrac{c^2 + a^2 - b^2}{2a}$

আবার, $AD^2 = c^2 - x^2$

$= c^2 - \left(\dfrac{c^2 + a^2 - b^2}{2a}\right)^2$

$$= \left(c + \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2a}\right)\left(c - \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2a}\right)$$

$$= \frac{2ac+c^2+a^2-b^2}{2a} \times \frac{2ac-c^2-a^2+b^2}{2a}$$

$$= \frac{\{(c+a)^2-b^2\}\{b^2-(c-a)^2\}}{2a.2a}$$

$$= \frac{(c+a+b)(c+a-b)(b+c-a)(b-c+a)}{4a^2}$$

$$= \frac{(a+b+c)(a+b+c-2b)(a+b+c-2a)(a+b+c-2c)}{4a^2}$$

$$= \frac{2s(2s-2b)(2s-2a)(2s-2c)}{4a^2}$$

$$= \frac{4s(s-a)(s-b)(s-c)}{a^2}$$

$\therefore AD = \frac{2}{a}\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$\therefore \Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}.BC.AD$

$= \frac{1}{2}.a.\frac{2}{a}\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ **(প্রমাণিত)**

কুইক টিপস

পরিসীমা বলতে সম্পূর্ণ বস্তুয়ের দৈর্ঘ্য বুঝায়। তাই ত্রিভুজের তিন বাহুর দৈর্ঘ্যের যোগফল তার পরিসীমা।

iv. সমবাহু ত্রিভুজ:

ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}(\text{বাহু})^2$

প্রমাণ:

মনে করি, ΔABC সমবাহু ত্রিভুজে, প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য $= a$

$AD \perp BC$ আঁকি।

$\therefore BD = CD = \frac{a}{2}$

ΔABD সমকোণী ত্রিভুজে, $BD^2 + AD^2 = AB^2$

$\Rightarrow AD^2 = AB^2 - BD^2$

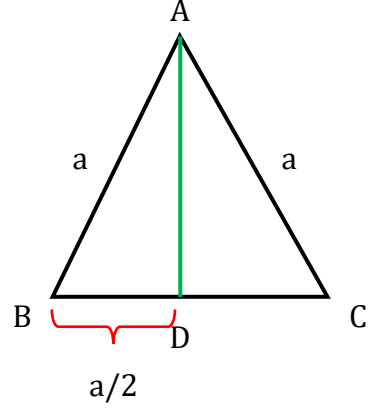
$= a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$

$= a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{3a^2}{4}$

$\therefore AD = \frac{\sqrt{3}}{2}a$

$\therefore \Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}.BC.AD$

$= \frac{1}{2}.a.\frac{\sqrt{3}}{2}a$

$= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ **(প্রমাণিত)**

v. সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ:

ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{b}{4}\sqrt{4a^2 - b^2}$

$= \frac{\text{ভূমি}}{4}\sqrt{4(\text{সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য})^2 - (\text{ভূমি})^2}$

প্রমাণ:

মনে করি, ABC সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের, $AB = AC = a$

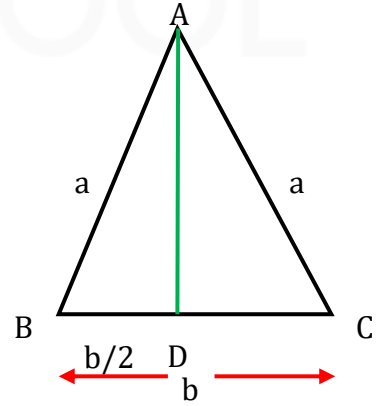
এবং $BC = b$

$AD \perp BC$ আঁকি। $\therefore BD = CD = \frac{b}{2}$

ΔABD সমকোণী ত্রিভুজে, $BD^2 + AD^2 = AB^2$

$\Rightarrow AD^2 = AB^2 - BD^2$

$= a^2 - \frac{b^2}{4} = \frac{4a^2 - b^2}{4}$

$= a^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2$

$\therefore AD = \frac{\sqrt{4a^2-b^2}}{2}$

$\therefore$ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}.BC.AD$

$= \frac{1}{2}.b.\frac{\sqrt{4a^2-b^2}}{2}$

$= \frac{b}{4}\sqrt{4a^2-b^2}$ **(প্রমাণিত)**

বিভিন্ন চতুর্ভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়:

i. আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল:

ধরি, $ABCD$ আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য $AB = a$ প্রস্থ $BC = b$

এবং কর্ণ $AC = d$

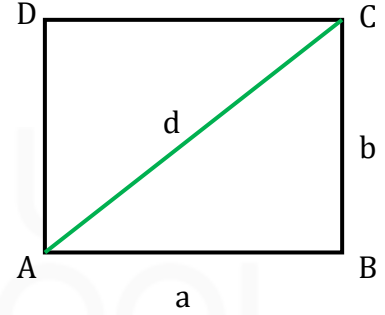
আয়তক্ষেত্রের কর্ণ আয়তকে সমান দুটি ত্রিভুজক্ষেত্রে বিভক্ত করে।

আয়তক্ষেত্র $ABCD$ এর ক্ষেত্রফল $= 2 \times \Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল

$= 2 \times \frac{1}{2}.a.b = ab$

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $=$ দৈর্ঘ্য $\times$ প্রস্থ

কর্ণের দৈর্ঘ্য $AC = \sqrt{(\text{দৈর্ঘ্য})^2+(\text{প্রস্থ})^2}$

পরিসীমা, $2s = 2$(দৈর্ঘ্য $+$ প্রস্থ)

ii. বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল:

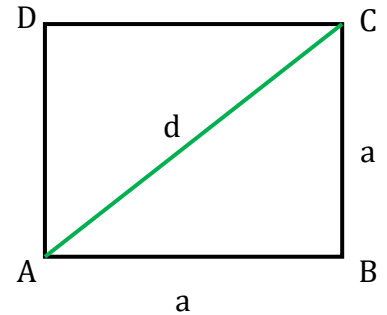
ধরি, $ABCD$ বর্গক্ষেত্রের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য a এবং কর্ণ d

$\therefore$ বর্গক্ষেত্র $ABCD$ এর ক্ষেত্রফল $= 2 \times \Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল

$= 2 \times \frac{1}{2}.a.a = a^2$

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= (\text{বাহুর দৈর্ঘ্য})^2$

কর্ণের দৈর্ঘ্য $d = \sqrt{2}$.বাহুর দৈর্ঘ্য

পরিসীমা, $s = 4 \times$ বাহুর দৈর্ঘ্য

iii. সামান্তরিকক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল:

(i) ভূমি এবং উচ্চতা দেওয়া থাকলে ক্ষেত্রফল $=$ ভূমি $\times$ উচ্চতা

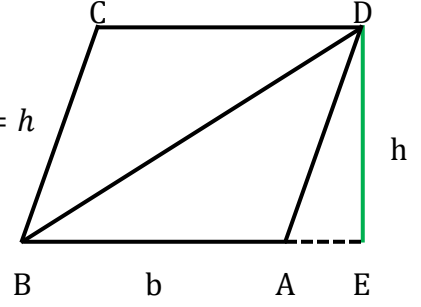
প্রমাণ:

মনে করি, $ABCD$ সামান্তরিকের ভূমি $AB = b$ এবং উচ্চতা, $DE = h$

BD কর্ণ সামান্তরিকটিকে সমান দুটি ত্রিভুজক্ষেত্রে বিভক্ত করে।

$\therefore$ সামান্তরিকক্ষেত্র $ABCD$ এর ক্ষেত্রফল

$= 2 \times \Delta ABD$ এর ক্ষেত্রফল

$= 2 \times \frac{1}{2}.b.h = bh$ **(প্রমাণিত)**

(ii) একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য এবং ঐ কর্ণের বিপরীত কৌণিক বিন্দু থেকে উক্ত কর্ণের উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে।

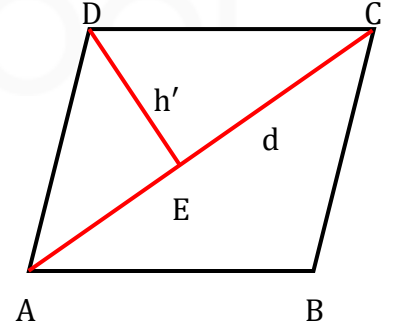
ক্ষেত্রফল $=$ কর্ণের দৈর্ঘ্য $\times$ বিপরীত কৌণিক বিন্দু থেকে উক্ত কর্ণের উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য

প্রমাণ:

মনে করি, $ABCD$ সামান্তরিকের কর্ণ $AC = d$ এবং এর বিপরীত কৌণিক বিন্দু D থেকে AC এর উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য $DE = h'$

$\therefore$ সামান্তরিকক্ষেত্র $ABCD$ এর ক্ষেত্রফল

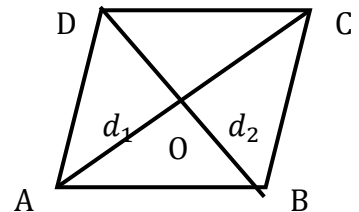
$= 2 \times \Delta ACD$ এর ক্ষেত্রফল

$= 2 \times \frac{1}{2}.d.h' = dh'$ **(প্রমাণিত)**

iv. রম্বসের ক্ষেত্রফল:

ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ কর্ণদ্বয়ের গুণফল

প্রমাণ:

মনে করি, $ABCD$ রম্বসের কর্ণদ্বয় $AC = d_1$ এবং $BD = d_2$ এবং কর্ণদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে। AC কর্ণ রম্বসটিকে সমান দুটি ত্রিভুজক্ষেত্রে বিভক্ত করে। এবং রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখন্ডিত করে।

$\therefore \Delta ACD$ এর উচ্চতা $= \frac{d_2}{2}$

$\therefore ABCD$ রম্বসের ক্ষেত্রফল $= 2 \times \Delta ACD$ এর ক্ষেত্রফল

$= 2 \times \frac{1}{2}.d_1.\frac{d_2}{2}$

$= \frac{1}{2}d_1d_2$ **(প্রমাণিত)**

v. ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল:

ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ উচ্চতা $\times$ সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের সমষ্টি

প্রমাণ:

মনে করি, $ABCD$ ট্রাপিজিয়ামক্ষেত্রের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে $AB = a, CD = b$ এবং এদের মধ্যবর্তী দূরত্ব $CE = AF = h$

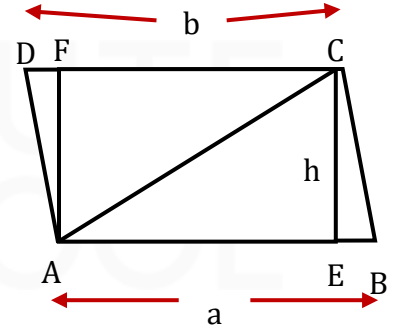
কর্ণ AC, $ABCD$ ট্রাপিজিয়াম কে ΔABC ও ΔACD ক্ষেত্রে বিভক্ত করে।

$\therefore ABCD$ ট্রাপিজিয়াম এর ক্ষেত্রফল

$= \Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল $+\Delta ACD$ এর ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2}AB.CE + \frac{1}{2}CD.AF$

$= \frac{1}{2}ah + \frac{1}{2}bh$

$= \frac{1}{2}.h(a+b)$ **(প্রমাণিত)**

সুষম বহুভুজের ক্ষেত্রফল:

ক্ষেত্রফল $= \frac{na^2}{4} cot \frac{180°}{n}$ যেখানে, $n =$ বাহুর সংখ্যা এবং $a =$ বাহুর দৈর্ঘ্য

প্রমাণ:

মনে করি, $ABCDEF$ …… একটি সুষম বহুভুজ, যার কেন্দ্র O, বাহুর সংখ্যা n এবং প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য a।

$O, A; O, B$ যোগ করি।

ধরি, ΔAOB এর উচ্চতা $ON = h$ এবং $\angle OAB = \theta$

সুষম বহুভুজের প্রতিটি শীর্ষে উৎপন্ন কোণের পরিমাণ $= 2\theta$

$\therefore$ সুষম বহুভুজের n সংখ্যক শীর্ষ কোণের সমষ্টি $= 2n\theta$

সুষম বহুভুজের কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণের পরিমাণ $= 4$ সমকোণ

$\therefore$ কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ ও n শীর্ষ কোণের সমষ্টি $= (2n\theta + 4)$ সমকোণ

ΔOAB এর তিন কোণের সমষ্টি $= 2$ সমকোণ

$\therefore n$ সংখ্যক ত্রিভুজের কোণের সমষ্টি $= 2n$ সমকোণ

$\therefore 2\theta n + 4$ সমকোণ $= 2n$ সমকোণ

$\Rightarrow 2\theta n = (2n - 4)$ সমকোণ

$\Rightarrow \theta = \frac{2n-4}{2n}$ সমকোণ

$\Rightarrow \theta = \left(1 - \frac{2}{n}\right) \times 90°$

$\therefore \theta = 90° - \frac{180°}{n}$

এখানে, $tan\theta = \frac{ON}{AN}$

$$= \frac{h}{a/2}$$

$$= \frac{2h}{a}$$

$\therefore h = \frac{a}{2} tan\theta$

$\therefore \Delta AOB$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} ah$

$$= \frac{1}{2} a \times \frac{a}{2} tan\theta$$

$$= \frac{a^2}{4} tan\left(90° - \frac{180°}{n}\right)$$

$= \frac{a^2}{4} cot \frac{180°}{n}$ $\quad [\because tan(90° - A) = cotA]$

$\therefore n$ সংখ্যক বাহুবিশিষ্ট সুষম বহুভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{na^2}{4} cot \frac{180°}{n}$

কুইক টিপস

i. সুষম বহুভুজের সব বাহুর দৈর্ঘ্য সমান।

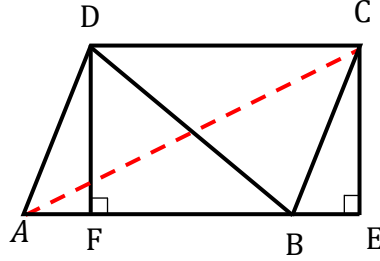
ii. সুষম বহুভুজের সব কোণের মান সমান।

iii. n সংখ্যক বাহুবিশিষ্ট সুষম বহুভুজের কেন্দ্র ও শীর্ষবিন্দুগুলো যোগ করলে n সংখ্যক সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ উৎপন্ন হয়।

iv. বহুভুজের ক্ষেত্রফল $= n \times$ একটি ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল।

Shortcut:

i. সামান্তরিকের কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয়ের পদ্ধতি:

পদ্ধতি-১:

ধরি, সামান্তরিকটির বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য ও ক্ষুদ্রতম কর্ণের মান দেওয়া আছে। বৃহত্তর কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করতে হবে।

যা করতে হবে:-

(i) ΔABD এর ক্ষেত্রফল বের করব। (Δ-ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ এর সাহায্যে)

(ii) ΔABD এর উচ্চতা (DF) বের করব।

(iii) $CE = DF$ হওয়ায় ΔBCE সমকোণী ত্রিভুজ হতে পিথাগোরাসের সূত্রের সাহায্যে বর্ধিত ভূমি অর্থাৎ BE বের করব।

(iv) $AE = AB + BE$; সুতরাং ΔACE সমকোণী ত্রিভুজ হতে অতিভুজ AC এর মান বের করব যা $ABCD$ সামান্তরিকের বৃহত্তর কর্ণ।

একইভাবে বৃহত্তর কর্ণের মান দেওয়া থাকলে ক্ষুদ্রতর কর্ণের মান নির্ণয় করা যাবে।

পদ্ধতি-২: (For Objective)

$${d_1}^2 + {d_2}^2 = 2(a^2 + b^2)$$

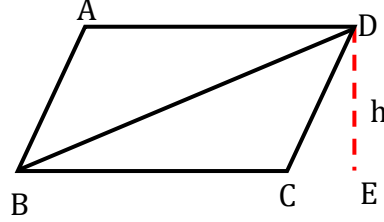
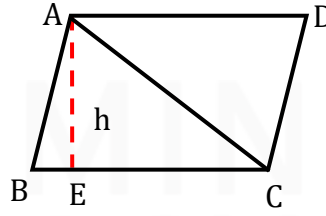
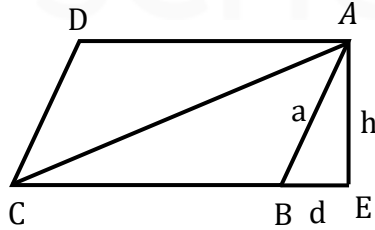
এখানে, $d_1 =$ একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য, $d_2 =$ অপর কর্ণের দৈর্ঘ্য, $a, b =$ বাহুর দৈর্ঘ্য

$$\therefore d_2 = \sqrt{2(a^2 + b^2) - {d_1}^2}$$

এ সূত্রের সাহায্যে যে কর্ণ দেওয়া আছে তা ছোট না বড় তা নির্ণয় করতে পারবো। অর্থাৎ কোনটি ক্ষুদ্রতর কর্ণ ও কোনটি বৃহত্তর কর্ণ তা নির্ণয় করতে পারবো। এবং উদ্দীপকে যে কর্ণের মান দেওয়া আছে, তার বিপরীত কর্ণের মান নির্ণয় করতে পারবো।

সূত্রটি কেবল Objective এবং Subjective এ প্রদত্ত কর্ণ ছোট না বড় তা নির্ণয়ের জন্য। এটি সৃজনশীলে ব্যবহার করা যাবে না।

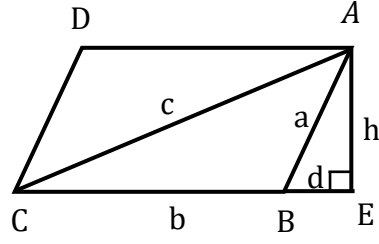
কুইক টিপস

ক্ষুদ্রতর কর্ণের মান দেওয়া থাকলে এবং বৃহত্তর কর্ণের মান বের করতে হলে লম্ব বাহিরে হবে।

বৃহত্তর কর্ণের মান দেওয়া থাকলে এবং ক্ষুদ্রতর কর্ণের মান বের করতে হলে লম্ব ভেতরে হবে।

পদ্ধতি-৩:

ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} absinB$

এ সূত্র হতে $\angle B$ এর মান নির্ণয় করতে পারবো। এবং সেখান থেকে $\angle ABE$ এর মান পাব।

$\therefore \angle ABE = \pi - \angle B$

$$cos(\pi - \angle B) = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{d}{a}$$

$\therefore d = -a \cos \angle B \ldots \ldots (i)$

AB বাহুর লম্ব অভিক্ষেপ $BE = d$, তাহলে, ΔABC এ পিথাগোরাসের স্থূলকোণী ত্রিভুজের উপপাদ্য অনুসারে পাই,

$c^2 = a^2 + b^2 + 2db$

$\Rightarrow c^2 = a^2 + b^2 + 2(-a \cos \angle B)b$ [(i) হতে]

$\Rightarrow c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \angle B$

$\therefore c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \angle B}$

অনুশীলনী-১৬.৩

বৃত্তের পরিধি: বৃত্তের দৈর্ঘ্যকে তার পরিধি বলে।

$\therefore$ পরিধি, $c = 2\pi r$

বৃত্তাংশের দৈর্ঘ্য: মনে করি,

O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ r এবং বৃত্তচাপ s কেন্দ্রে $\theta°$ কোণ উৎপন্ন করে।

বৃত্তের পরিধি $= 2\pi r$

আমরা জানি, বৃত্তের কোনো চাপ দ্বারা উৎপন্ন কেন্দ্রস্থ কোণ ঐ বৃত্তচাপের সমানুপাতিক।

$\therefore \frac{\theta}{360°} = \frac{s}{2\pi r} \Rightarrow s = \frac{\pi r \theta}{180°}$

বৃত্তক্ষেত্র: কোনো বৃত্ত দ্বারা বেষ্টিত এলাকাকে বৃত্ত ক্ষেত্র বলা হয়। এবং বৃত্তটিকে এরূপ বৃত্তক্ষেত্রের সীমারেখা বলা হয়।

বৃত্তকলা: একটি চাপ ও চাপের প্রান্তবিন্দু সংশ্লিষ্ট ব্যাসার্ধ দ্বারা বেষ্টিত ক্ষেত্রকে বৃত্তকলা বলা হয়।

মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ, r। AOB বৃত্তকলা ক্ষেত্রটি APB চাপের উপর দণ্ডায়মান। যার ডিগ্রি পরিমাপ θ। OA এর উপর OC লম্ব টানি।

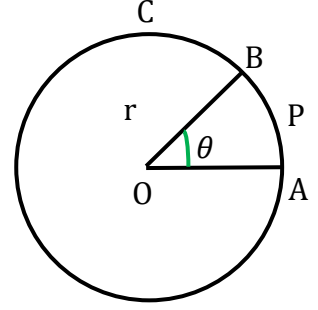
$\therefore \frac{\text{বৃত্তকলা } AOB \text{ এর ক্ষেত্রফল}}{\text{বৃত্তকলা } AOC \text{ এর ক্ষেত্রফল}} = \frac{\angle AOB \text{ এর পরিমাপ}}{\angle AOC \text{ এর পরিমাপ}}$

$\Rightarrow \frac{\text{বৃত্তকলা } AOB \text{ এর ক্ষেত্রফল}}{\text{বৃত্তকলা } AOC \text{ এর ক্ষেত্রফল}} = \frac{\theta}{90^\circ}$

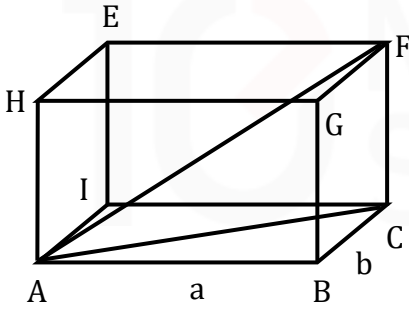
$\Rightarrow$ বৃত্তকলা AOB এর ক্ষেত্রফল $= \frac{\theta}{90^\circ} \times$ বৃত্তকলা AOC এর ক্ষেত্রফল

$= \frac{\theta}{90^\circ} \times \frac{1}{4} \times$ বৃত্তের ক্ষেত্রফল

$= \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$

$\therefore$ বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল $= \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$

অনুশীলনী-১৬.৪

আয়তাকার ঘনবস্তু:

তিনজোড়া সমান্তরাল আয়তাকার সমতল বা পৃষ্ঠ দ্বারা আবদ্ধ ঘনবস্তুকে আয়তাকার ঘনবস্তু বলে।

এখানে, $AB = a =$ দৈর্ঘ্য

$BC = b =$ প্রস্থ

$AH = c =$ উচ্চতা

i. কর্ণ নির্ণয়:

ঘনবস্তুটির কর্ণ $= AF$

ΔABC এ $BC \perp AB$ এবং AC অতিভুজ।

$\therefore AC^2 = AB^2 + BC^2 = a^2 + b^2$

আবার, ΔACF এ $FC \perp AC$ এবং AF অতিভুজ।

$\therefore AF^2 = AC^2 + CF^2 = a^2 + b^2 + c^2$

$\therefore AF = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

$\therefore$ ঘনবস্তুর কর্ণ $= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

ii. সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয়:

আয়তাকার ঘনবস্তুর 6 টি তল থাকে যার বিপরীত তলগুলো পরস্পর সমান।

$\therefore$ আয়তাকার ঘনবস্তুর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $=$

$2(ABCD$ এর ক্ষেত্রফল $+ ABGH$ এর ক্ষেত্রফল $+ BGFC$ এর ক্ষেত্রফল$)$

$= 2(AB \times CB + AB \times BG + BC \times BG)$

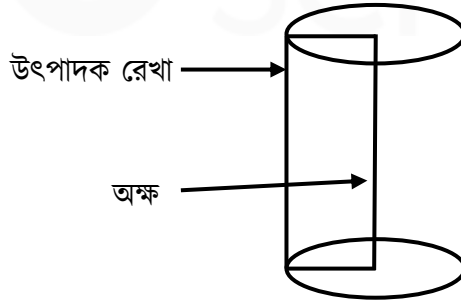
$= 2(ab + bc + ca)$

iii. আয়তন নির্ণয়:

আয়তাকার ঘনবস্তুর আয়তন $=$ দৈর্ঘ্য $\times$ প্রস্থ $\times$ উচ্চতা

$= abc$

বেলন (Cylinder):

কোনো আয়তক্ষেত্রের যে কোনো বাহুকে অক্ষ ধরে আয়তক্ষেত্রটিকে ঐ বাহুর চতুর্দিকে ঘোরালে যে ঘনবস্তু সৃষ্টি হয়, তাকে সমবৃত্তভূমিক বেলন বা সিলিন্ডার বলে। সমবৃত্তভূমিক বেলনের দুটি প্রান্তকে বৃত্তাকার তল, বক্রতলকে বক্রপৃষ্ঠ এবং সমগ্রতলকে পৃষ্ঠতল বলা হয়। আয়তক্ষেত্রের অক্ষের সমান্তরাল ঘূর্ণায়মান বাহুটিকে বেলনের সৃজক বা উৎপাদক রেখা বলে।

ধরি, একটি সমবৃত্তভূমিক বেলনের ভূমির ব্যাসার্ধ r এবং উচ্চতা h

(i) ভূমির ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$

(ii) বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $= 2\pi rh$

(iii) সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল/পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল $= (\pi r^2 + 2\pi rh + \pi r^2) = 2\pi r(r + h)$

(iv) আয়তন $=$ ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা $= \pi r^2 h$

ঘনক (Cube):

আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা সমান হলে তাকে ঘনক বলে।

ধরি, দৈর্ঘ্য $=$ প্রস্থ $=$ উচ্চতা $= a$

(i) ঘনকের কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{a^2 + a^2 + a^2} = \sqrt{3a^2} = \sqrt{3}a$

(ii) ঘনকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2(a.a + a.a + a.a) = 2(a^2 + a^2 + a^2) = 6a^2$

(iii) ঘনকের আয়তন $= a.a.a = a^3$

Σ সূত্রের আলোচনা

ত্রিভুজক্ষেত্রের শর্ত ও সূত্রসমূহ	
ত্রিভুজের ভূমি ও উচ্চতা দেওয়া থাকলে	ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা $= \frac{1}{2} ah$ বর্গ একক
সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে	সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা $= \frac{1}{2} ah$ বর্গ একক
ত্রিভুজের দুই বাহু ও তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ দেওয়া থাকলে	ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times AB \times BC \times sinB$ $= \frac{1}{2} ac\ sinB$ অনুরূপভাবে, ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} bc\ sinA$ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} ab\ sinC$
ত্রিভুজের তিন বাহু দেওয়া থাকলে	ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ উচ্চতা, $h = \frac{2}{a}\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ এখানে, ত্রিভুজের অর্ধ পরিসীমা $s = \frac{1}{2}(a+b+c)$
সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল	সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ বর্গ একক উচ্চতা, $h = \frac{\sqrt{3}}{2} a$

ত্রিভুজক্ষেত্রের শর্ত ও সূত্রসমূহ	
সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল	সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{b}{4}\sqrt{4a^2 - b^2}$ উচ্চতা, $h = \frac{1}{2}\sqrt{4a^2 - b^2}$

চতুর্ভুজক্ষেত্রের শর্ত ও সূত্রসমূহ	
আয়তক্ষেত্র	আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $=$ দৈর্ঘ্য $\times$ প্রস্থ $= ab$ বর্গ একক আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা $= 2(a+b)$ একক আয়তক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{a^2 + b^2}$ একক
বর্গক্ষেত্র	বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য a হলে, ক্ষেত্রফল $= a^2$ বর্গ একক বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা $= 4a$ একক বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{2}a$ একক
সামান্তরিক	**১) ভূমি ও উচ্চতা দেওয়া থাকলে:** ক্ষেত্রফল $=$ ভূমি $\times$ উচ্চতা $= ah$ বর্গ একক $ABCD$ সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল $= 2 \times \Delta ABD$ এর ক্ষেত্রফল **২) সামান্তরিকের দুইটি সন্নিহিত বাহু ও এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ দেওয়া থাকলে:** ক্ষেত্রফল $= absin\theta$ বর্গ একক **৩) সামান্তরিকের একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য (d) এবং বিপরীত শীর্ষ কর্ণের উপর লম্ব দূরত্ব (h) দেওয়া থাকলে:** ক্ষেত্রফল $=$ কর্ণের দৈর্ঘ্য $\times$ উচ্চতা $= dh$ বর্গ একক

চতুর্ভুজক্ষেত্রের শর্ত ও সূত্রসমূহ	
ট্রাপিজিয়াম	ট্রাপিজিয়াম ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}$(সমান্তরাল বাহুদ্বয়ে যোগফল $\times$ সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মদ্ধ্যবর্তী দুরত্ব) $= \frac{1}{2}h(a+b)$ বর্গ একক
রম্বস	রম্বসের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ কর্ণদ্বয়ের গুণফল $= \frac{1}{2}d_1d_2$ বর্গ একক
সুষম বহুভুজ	**সুষম বহুভুজের শীর্ষকোণ ও ক্ষেত্রফল:** সংখ্যক বাহুবিশিষ্ট সুষম বহুভুজের ক্ষেত্র ল $= \frac{na^2}{4} cot \frac{180°}{n}$ সুষম বহুভুজের শীর্ষে উৎপন্ন কোণ, $2\theta = 180° - \frac{360°}{n}$ এখানে, প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্য $= a$

বৃত্তক্ষেত্রের শর্ত ও সূত্রসমূহ	
বৃত্তের পরিধি	$2\pi r$
বৃত্তের ক্ষেত্রফল	πr^2
বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল	$\frac{\theta}{360°} \times \pi r^2$

ঘনবস্তু, বেলন, সিলিন্ডার, কোণক	
আয়তাকার ঘনবস্তু	(i) কর্ণ $= \sqrt{a^2+b^2+c^2}$ (ii) সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2(ab+bc+ca)$ বর্গ একক (iii) আয়তন $= abc$ ঘন একক
ঘনক	(i) কর্ণ $= \sqrt{3}a$ (ii) সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 6a^2$ বর্গ একক (iii) আয়তন $= a^3$ ঘন একক

ঘনবস্তু, বেলন, সিলিন্ডার, কোণক	
কোণক	(i) কোণকের হেলানো তলের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ (ভূমির পরিধি) $\times$ (হেলানো উন্নতি) $= \frac{1}{2} \times 2\pi rl$ বর্গ একক $= \pi rl$ বর্গ একক $= \pi r\sqrt{h^2 + r^2} \quad [\because l^2 = h^2 + r^2]$ (ii) সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $=$ বক্রতলের ক্ষেত্রফল $+$ ভূমির ক্ষেত্রফল $= \pi rl + \pi r^2$ বর্গ একক $= \pi r(l + r)$ বর্গ একক (iii) আয়তন $= \frac{1}{3} \times$ (ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা) $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ ঘন একক
বেলন (সিলিন্ডার)	(i) ভূমির ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$ (ii) বক্রতলের ক্ষেত্রফল $=$ ভূমির পরিধি $\times$ উচ্চতা $= 2\pi rh$ বর্গ একক (iii) সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi r(r + h)$ বর্গ একক (iv) আয়তন $\pi r^2 h$ ঘন একক

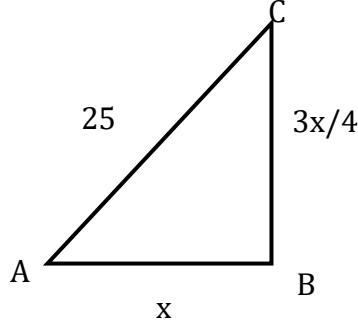
টাইপ ভিত্তিক সমস্যাবলী

অনুশীলনী-১৬.১

Type-1 ক্ষেত্রফল নির্ণয় সংক্রান্ত

উদাহরণ-১: একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ 25 মিটার। এর একটি বাহু অপরটির $\frac{3}{4}$ অংশ হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান:

সমাধান:

মনে করি, ABC সমকোণী ত্রিভুজে AC অতিভুজ $= 25$ মিটার।

ধরি, $AB = x$ মি.

$\therefore BC = \frac{3x}{4}$ মি.

ΔABC সমকোণী ত্রিভুজে পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী,

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

বা, $25^2 = x^2 + \left(\frac{3x}{4}\right)^2$

বা, $25^2 = x^2 + \frac{9x^2}{16}$

বা, $625 = \frac{25x^2}{16}$

বা, $x^2 = \frac{16\times625}{25}$

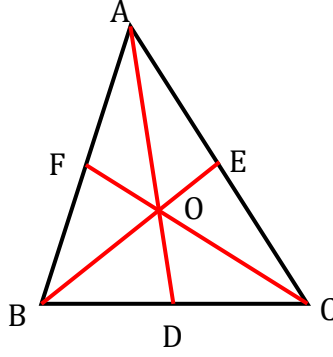
$\therefore x = 20$

$\therefore$ বাহু দুটি দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 20 মিটার ও $\left(\frac{3\times20}{4}\right) = 15$ মিটার

$\therefore$ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\times 20\times 15$ বর্গমিটার

$= 150$ বর্গমিটার **(Ans)**

উদাহরণ-২: কোনো সমবাহু ত্রিভুজের অভ্যন্তরস্থ একটি বিন্দু হতে বাহু তিনটির উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে $6, 7, 8$ সে.মি. হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান:

মনে করি, ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ এর অভ্যন্তরে O একটি বিন্দু। O বিন্দু হতে BC, AC ও AB বাহুর উপর যথাক্রমে OD, OE, OF লম্ব।

দেয়া আছে, $OD = 6$ সে.মি., $OE = 7$ সে.মি., $OF = 8$ সে.মি.

$\therefore \Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল $=$ Δ-ক্ষেত্র BOC $+$ Δ-ক্ষেত্র AOC $+$ Δ-ক্ষেত্র AOB

Δ-ক্ষেত্র $BOC = \frac{1}{2} \times BC \times OD$

$= \frac{1}{2} \times x \times 6$ [প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য $= x$]

$= 3x$ বর্গ সে.মি.

Δ-ক্ষেত্র $AOC = \frac{1}{2} \times AC \times OE$

$= \frac{1}{2} \times x \times 7$

$= \frac{7x}{2}$ বর্গ সে.মি.

Δ-ক্ষেত্র $AOB = \frac{1}{2} \times AB \times OF$

$= \frac{1}{2} \times x \times 8$

$= 4x$ বর্গ সে.মি.

প্রশ্নমতে, $\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 = 3x + \frac{7x}{2} + 4x$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 = \frac{6x+7x+8x}{2}$

বা, $x^2 = \frac{21x \times 4}{2 \times \sqrt{3}}$

বা, $x^2 = 14\sqrt{3}x$

$\therefore x = 14\sqrt{3}$

$\therefore$ বাহুর দৈর্ঘ্য $= 14\sqrt{3}$ মিটার

$\therefore$ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4}(14\sqrt{3})^2$

$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 588$

$= 254.61$ বর্গমিটার (প্রায়) **(Ans)**

উদাহরণ-৩: একটি বৃত্তের পরিধি একটি সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমার সমান। বৃত্তটির পরিধি 440 মিটার। বৃত্ত ও ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের অনুপাত নির্ণয় কর।

সমাধান:

আমরা জানি, বৃত্তের পরিধি $= 440$

বা, $2\pi r = 440$

$\therefore r = \frac{220}{\pi}$

$\therefore$ বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$

$= \pi\left(\frac{220}{\pi}\right)^2$

$= \frac{48400}{\pi}$ বর্গমিটার

আবার, সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা $=$ বৃত্তের পরিধি

বা, $3 \times$ বাহুর দৈর্ঘ্য $= 440$

বা, বাহুর দৈর্ঘ্য $= \frac{440}{3}$ মিটার

$\therefore$ সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} \times \left(\frac{440}{3}\right)^2$

$= \frac{48400}{3\sqrt{3}}$ বর্গমি.

$\therefore$ বৃত্তের ক্ষেত্রফল : ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{48400}{\pi} : \frac{48400}{3\sqrt{3}}$

$= \frac{1}{\pi} : \frac{1}{3\sqrt{3}}$

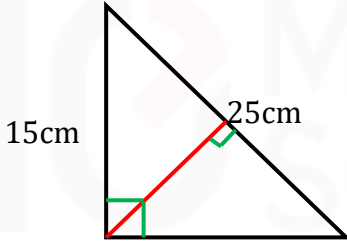
$= 3\sqrt{3} : \pi$ **(Ans)**

প্র্যাকটিস

১) একটি সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 2 মিটার বাড়ানো হলে এর ক্ষেত্রফল $3\sqrt{3}$ বর্গমিটার বেড়ে যায়। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। উত্তর: $\sqrt{3}$ বর্গমিটার

২) একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা $18cm$ এবং সমান সমান বাহু ভূমির $\frac{5}{6}$। সমদ্বিবাহু ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। উত্তর: 15.1875 বর্গ সে.মি.

৩) একটি সমকোণী ত্রিভুজের লম্ব ভূমির $\frac{11}{12}$ অংশ থেকে 6 সে.মি. কম এবং অতিভুজ ভূমির $\frac{4}{3}$ অংশ থেকে 3 সে. মি. কম। ত্রিভুজটির ভূমি 12 সে.মি. হলে এর পরিসীমার সমান পরিসীমা বিশিষ্ট সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

8)

ΔABD ও ΔBCD এর ক্ষেত্রফলদ্বয়ের অনুপাত নির্ণয় কর।

৫) কোনো ত্রিভুজের দুই বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 20 সে.মি. ও 24 সে.মি. এবং অন্তর্ভুক্ত কোণ 45°। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

Type-2 বাহুর মান নির্ণয় সংক্রান্ত

উদাহরণ-১: একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 7 সে.মি., 9 সে.মি.। এর ক্ষেত্রফল 26.83 বর্গসে.মি. এবং অর্ধপরিসীমা 12 সে.মি.। অপর বাহুটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান:

দেওয়া আছে, অর্ধপরিসীমা $S = 12$ সে.মি.

এবং দুই বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 7 ও 9 সে.মি.

আমরা জানি, ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

বা, $26.83 = \sqrt{12(12-7)(12-9)(12-c)}$

বা, $719.85 = 12 \times 5 \times 3 \times (12-c)$

বা, $12 - c = 3.99$

বা, $c = 12 - 3.99$

$\therefore c = 8$ সে.মি. (প্রায়)

$\therefore$ অপর বাহুর দৈর্ঘ্য $= 8$ সে.মি. **(Ans)**

উদাহরণ-২: একটি সমবাহু ত্রিভুজের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য 1 মিটার বাড়ালে এর ক্ষেত্রফল $\sqrt{3}$ বর্গমিটার বেড়ে যায়। ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য কত মিটার?

সমাধান:

আমরা জানি, সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য a মিটার হলে, ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ বর্গমিটার

$\therefore$ সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য $(a+1)$ মিটার হলে,

ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4}(a+1)^2$ বর্গমিটার

প্রশ্নমতে, $\frac{\sqrt{3}}{4}(a+1)^2 - \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \sqrt{3}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{4}\{(a+1)^2 - a^2\} = \sqrt{3}$

বা, $a^2 + 2a + 1 - a^2 = \frac{\sqrt{3} \times 4}{\sqrt{3}}$

বা, $2a + 1 = 4$

$\therefore a = \frac{3}{2} = 1.5$

$\therefore$ বাহুর দৈর্ঘ্য $= 1.5$ মিটার **(Ans)**

উদাহরণ-৩: একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমির দৈর্ঘ্য 60 সে.মি. ও উচ্চতা 40 সে.মি.। সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য 50 মি.। ত্রিভুজটির ভূমি ও উচ্চতা উভয়ই 5 সে.মি. করে বৃদ্ধি করা হলে প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য কি পরিমাণ বৃদ্ধি পাবে?

উচ্চতা $5cm$ বৃদ্ধি করলে নতুন উচ্চতা $= (40+5) = 45$ সে.মি.

ভূমি $5cm$ বৃদ্ধি করলে নতুন ভূমি $= (60+5) = 65$ সে.মি.

$\therefore$ ত্রিভুজের নতুন ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times 45 \times 65$

$= 1462.5$ বর্গ সে.মি.

প্রশ্নমতে, $\frac{b}{4}\sqrt{4a^2 - b^2} = 1462.5$

বা, $\frac{65}{4}\sqrt{4a^2 - (65)^2} = 1462.5$

বা, $4a^2 - (65)^2 = \frac{1462.5 \times 4}{65}$

বা, $4a^2 - (65)^2 = 8100$

বা, $4a^2 = 12325$

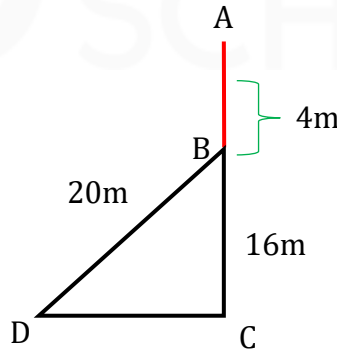
বা, $a^2 = 3081.25$

$\therefore a = 55.509$ সে.মি.

$\therefore$ প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পাবে $= (55.509 - 50)$

$= 5.509$ সে.মি. **(Ans)**

উদাহরণ-8: 20 মিটার লম্বা একটি মই দেওয়ালের সাথে খাড়া ভাবে আছে। মইটির গোড়া দেওয়াল থেকে কত দূরে সরালে ওপরের প্রান্ত 4 মিটার নিচে নামবে?

সমাধান:

মনে করি, AC মইয়ের গোড়া C থেকে D বিন্দুতে সরালে ওপরের প্রান্ত A থেকে B বিন্দুতে নামবে।

মইয়ের দৈর্ঘ্য, $BD = AC = 20$ মিটার

এবং $AB = 4$ মিটার

$\therefore BC = AC - AB$

$= 20 - 4 = 16$ মিটার

এখন, ΔBCD সমকোণী ত্রিভুজে,

$BD^2 = CD^2 + BC^2$

বা, $CD = \sqrt{BC^2 - BD^2}$

বা, $CD = \sqrt{20^2 - 16^2}$

বা, $CD = \sqrt{144}$

$\therefore CD = 12$ মিটার

$\therefore$ দেওয়াল থেকে মইয়ের গোড়ার দূরত্ব 12 মিটার দূরে সরাতে হবে। **(Ans)**

প্র্যাকটিস

১) একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমির দৈর্ঘ্য 60 মিটার। এর ক্ষেত্রফল 1200 বর্গমিটার হলে সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। উত্তর: 50 সে.মি.

২) একটি সমকোণী ত্রিভুজের লম্ব ভূমির $\frac{11}{12}$ অংশ থেকে 6 সে. মি. কম এবং অতিভুজ ভূমির $\frac{4}{3}$ অংশ থেকে 3 সে.মি. কম। ভূমির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

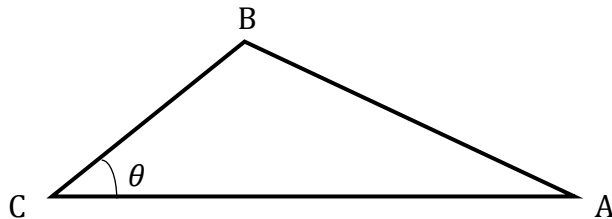
৩) একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য 10 মিটার এবং ক্ষেত্রফল 48 বর্গমিটার। ভূমির দৈর্ঘ্য কত?

৪) একটি ত্রিভুজের প্রত্যেকটি কোণের পরিমাণ $60°$, এর অভ্যন্তরস্থ একটি বিন্দু হতে বাহু তিনটির উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে $6, 7, 8$ সে. মি.। ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

৫) একটি সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 2 মিটার করে বাড়ালে এর ক্ষেত্রফল $6\sqrt{3}$ মিটার বেড়ে যায়। ত্রিভুজটির প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্য a মিটার বাড়ালে এর ক্ষেত্রফল $14\sqrt{3}$ বর্গমিটার বৃদ্ধি পায়। a এর মান কত?

Type-3 কোণের মান নির্ণয়

উদাহরণ-১: একটি ত্রিভুজের দুই বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 26 মিটার ও 28 মিটার এবং ক্ষেত্রফল 182 বর্গমটার হলে, বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ নির্ণয় কর।

সমাধান:

মনে করি, ABC ত্রিভুজের বাহুদ্বয় যথাক্রমে $BC = a = 26$ মিটার

$AC = b = 28$ মিটার

BC ও AC বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle BCA = \theta$

আমরা জানি, ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} absin\theta$

বা, $182 = \frac{1}{2} \times 26 \times 28 \times sin\theta$

বা, $sin\theta = \frac{182\times2}{26\times28}$

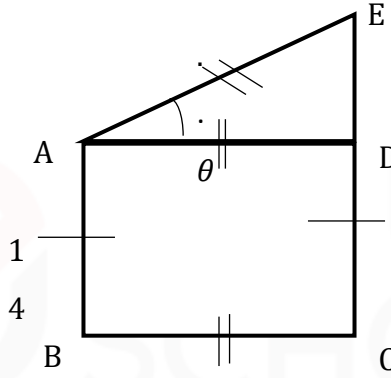
বা, $sin\theta = \frac{1}{2}$

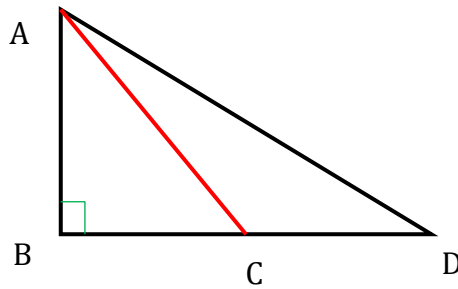
বা, $sin\theta = sin30°$

$\therefore \theta = 30°$

$\therefore$ অন্তর্ভুক্ত কোণ $= 30°$ **(Ans)**

প্র্যাকটিস

১)

ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের 7 গুণ, আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের 12 গুণের সমান হলে θ কোণের মান নির্ণয় কর।

২)

এখানে, $\angle ADB = 30°, CD = 4$ সে.মি., $AB = 3.46$ সে.মি. হলে, $\angle ACB$ এর মান নির্ণয় কর।

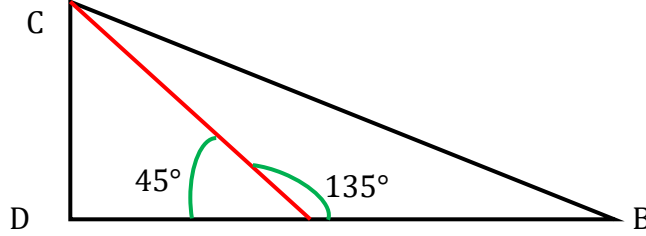
উত্তরমালা

১) 73.74°

২) 60.02°

Type-4 বিবিধ

উদাহরণ-১: একটি নির্দিষ্ট স্থান থেকে দুটি রাস্তা পরস্পর $135°$ কোণ করে দুদিকে চলে গেছে। দুইজন লোক ঐ নির্দিষ্ট স্থান থেকে যথাক্রমে ঘন্টায় 7 কিলোমিটার ও ঘন্টায় 5 কিলোমিটার বেগে বিপরীত মুখে রওনা হলো। 4 ঘন্টা পর তাদের মধ্যে সরাসরি দূরত্ব নির্ণয় কর।

সমাধান:

মনে করি, A একটি নির্দিষ্ট বিন্দু হতে $135°$ কোণে ঘন্টায় 7 কিলোমিটার বেগে একজন AB রাস্তা বরাবর এবং অন্যজন ঘন্টায় 5 কিলোমিটার বেগে AC রাস্তা বরাবর চলতে শুরু করে 4 ঘন্টা পর যথাক্রমে B ও C বিন্দুতে পৌঁছে।

$\therefore$ ১ম জন 4 ঘন্টায় যায় $= (7 \times 4) = 28$ কি.মি.

২য় জন 4 ঘন্টায় যায় $= (5 \times 4) = 20$ কি.মি.

$\therefore AB = 28$ কি.মি. এবং $AC = 20$ কি.মি.

C বিন্দু হতে BA এর বর্ধিতাংশের উপর CD লম্ব টানি।

এখানে, $\angle CAB = 135°$

$\therefore \angle CAD = (180° - 135°) = 45°$

ΔACD সমকোণী ত্রিভুজে,

$tan\angle DAC = \frac{CD}{AD}$

বা, $tan45° = \frac{CD}{AD}$

বা, $1 = \frac{CD}{AD}$

$\therefore AD = CD$

ΔACD সমকোণী ত্রিভুজে,

$AC^2 = CD^2 + AD^2$

বা, $20^2 = AD^2 + AD^2$

বা, $2AD^2 = 400$

বা, $AD^2 = 200$

$\therefore AD = 10\sqrt{2}$

$\therefore BD = AD + AB$

$= 10\sqrt{2} + 28 = 42.142$ কি.মি. (প্রায়)

এখন, ΔBCD সমকোণী ত্রিভুজে,

$BC^2 = CD^2 + BD^2$

বা, $BC^2 = (14.142)^2 + (42.142)^2$

বা, $BC = \sqrt{1975.948}$

$\therefore BC = 44.44$ কি.মি.(প্রায়)

$\therefore$ দুই ব্যক্তির মধ্যে সরাসরি দূরত্ব $= 44.44$ কি.মি. (প্রায়) **(Ans)**

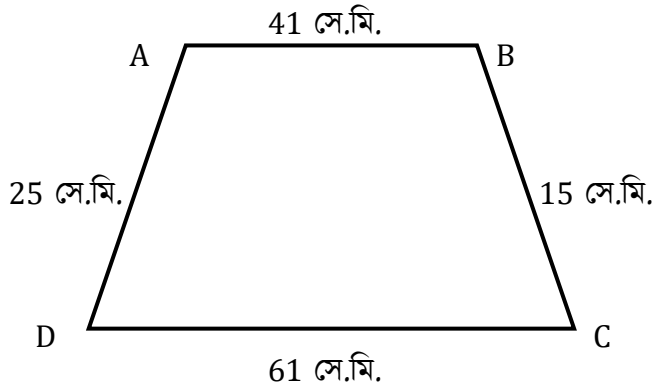
প্র্যাকটিস

১) একটি নির্দিষ্ট স্থান থেকে দুইটি রাস্তা $120°$ কোণে চলে গেছে। দুইজন লোক ঐ নির্দিষ্ট স্থান থেকে যথাক্রমে ঘন্টায় 10 কিলোমিটার ও ঘন্টায় 8 কিলোমিটার বেগে বিপরীত দিকে রওনা হলো। 5 ঘন্টা পর তাদের মধ্যে সরাসরি দূরত্ব নির্ণয় কর।

অনুশীলনী-১৬.২

Type-1 চিত্র অঙ্কন সংক্রান্ত

উদাহরণ-১: একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহু দুটির দৈর্ঘ্য 61 সে.মি. ও 41 সে.মি. এবং অপর বাহু দুটির দৈর্ঘ্য 25 সে.মি. ও 15 সে.মি.। চিত্র অঙ্কন কর।

সমাধান:

চিত্রে AB ও CD সমান্তরাল বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 41 সে.মি ও 61 সে.মি. এবং অপর দুটি বাহু AD ও BC এর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 25 সে.মি. ও 15 সে.মি.

প্র্যাকটিস

১) $ABCD$ একটি সামান্তরিকের দুই বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 12 সে.মি. এবং 8 সে.মি.। এর ক্ষুদ্রতম কর্ণের দৈর্ঘ্য 10 সে.মি.। চিত্রটি আঁক।

২) একটি বৃত্তস্থ আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য এবং প্রস্থ যথাক্রমে 12 মি. এবং 5 মি.। আয়তক্ষেত্র বাদে বৃত্তের মধ্যে অবশিষ্ট খালি জায়গায় ঘাস লাগানো আছে। প্রদত্ত তথ্যের আলোকে চিত্র অঙ্কন কর।

Type-2 আয়তক্ষেত্র সংক্রান্ত

উদাহরণ-১: একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য 60 মিটার এবং প্রস্থ 40 মিটার। বাগানের মাঝখানে সমান পাড়বিশিষ্ট একটি পুকুর খনন করা হলো যার ক্ষেত্রফল বাগানের ক্ষেত্রফলের এক-তৃতীয়াংশ। পুকুরটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

সমাধান:

দেয়া আছে, আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য $= 60$ মিটার এবং প্রস্থ $= 40$ মিটার।

$\therefore$ আয়তাকার বাগানের ক্ষেত্রফল $= (60 \times 40)$ বর্গমি.

$= 2400$ বর্গমি.

ধরি, বাগানের ভেতরের পুকুরের পাড়ের বিস্তার $= x$ মিটার

$\therefore$ পুকুরের দৈর্ঘ্য $= (60 - 2 \times x)$ মিটার

$= (60 - 2x)$ মিটার

পুকুরের প্রস্থ $= (40 - 2 \times x)$ মিটার

$= (40 - 2x)$ মিটার

$\therefore$ পুকুরের ক্ষেত্রফল $= (60 - 2x)(40 - 2x)$ বর্গমি.

প্রশ্নমতে, $(60 - 2x)(40 - 2x) = \frac{1}{3} \times 2400$

বা, $2400 - 120x - 80x + 4x^2 = 800$

বা, $4x^2 - 200x + 1600 = 0$

বা, $x^2 - 50x + 400 = 0$ [4 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $x^2 - 10x - 40x + 400 = 0$

বা, $x(x - 10) - 40(x - 10) = 0$

বা, $(x - 10)(x - 40) = 0$

বা, $x - 10 = 0$ অথবা, $x - 40 = 0$

$\therefore x = 10$ বা, $x = 40$ যা গ্রহণযোগ্য নয়, কেননা পুকুরের পাড়ের বিস্তার বাগানের প্রস্থের সমান হতে পারে না।

$\therefore$পুকুর পাড়ের বিস্তার$= 10$ মিটার

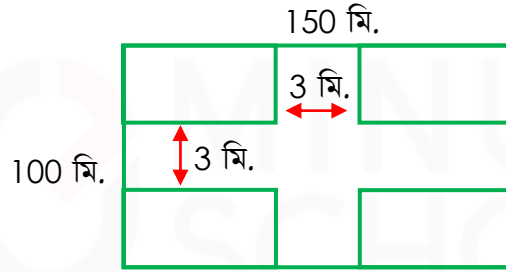
$\therefore$পুকুরের দৈর্ঘ্য$= (60 - 2 \times 10)$ মিটার

$= 40$ মিটার

পুকুরের প্রস্থ$= (40 - 2 \times 10)$ মিটার

$= 20$ মিটার **(Ans)**

উদাহরণ-২: আয়তাকার একটি ফুল বাগানের দৈর্ঘ্য 150 মিটার এবংপ্রস্থ 100 মিটার। বাগানটিকে পরিচর্যা করার জন্য ঠিক মাঝ দিয়ে 3 মিটার চওড়া দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বরাবর রাস্তা আছে।রাস্তাটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান:

দেয়া আছে, আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য$= 150$ মিটার এবং প্রস্থ$= 100$ মিটার।

$\therefore$ফুলে বাগানের ক্ষেত্রফল$= (150 \times 100)$ বর্গমি.

$= 15000$ বর্গমি.

রাস্তাবাদে, বাগানের দৈর্ঘ্য $= (150 - 3)$

$= 147$মিটার

রাস্তাবাদে, বাগানের প্রস্থ $= (100 - 3)$

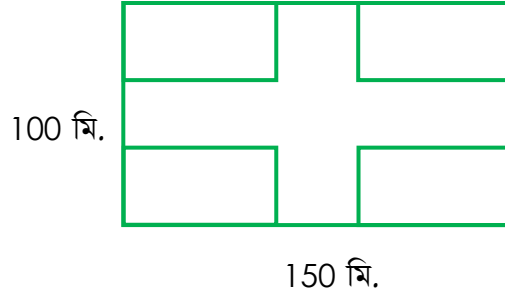
$= 97$মিটার

$\therefore$রাস্তাবাদে,বাগানের ক্ষেত্রফল$= (147 \times 97)$ বর্গমি.

$= 14259$ বর্গমি.

$\therefore$রাস্তার ক্ষেত্রফল$= (15000 - 14259)$ বর্গমি.

$= 741$ বর্গমি. **(Ans)**

উদাহরণ-৩:

চিত্রে, রাস্তার বিস্তার 3 মিটার। 25সে.মি. দৈর্ঘ্য ও 12.5 সে.মি. প্রস্থবিশিষ্ট ইট দ্বারা রাস্তাটি বাঁধাতে কতটি ইট লাগবে?

সমাধান:

দেয়া আছে, আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য= 150 মিটার এবং প্রস্থ= 100 মিটার।

$\therefore$আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল= (150×100) বর্গমি.

$= 15000$ বর্গমি.

রাস্তাবাদে, আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য $= (150 - 3)$

$= 147$ মিটার

রাস্তাবাদে, আয়তাকার ক্ষেত্রের প্রস্থ $= (100 - 3)$

$= 97$ মিটার

$\therefore$রাস্তাবাদে,আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= (147 \times 97)$ বর্গমি.

$= 14259$ বর্গমি.

$\therefore$রাস্তার ক্ষেত্রফল $= (15000 - 14259)$ বর্গমি.

$= 741$ বর্গমি.

আবার, ইটের দৈর্ঘ্য= 25 সে.মি.

$= 0.25$ মিটার

ইটের প্রস্থ= 12.5 সে.মি.

$= 0.125$ মিটার

$\therefore$ইটের ক্ষেত্রফল= $(0.25 - 0.125)$ বর্গমি.

$= 0.03125$ বর্গমি.

$\therefore$রাস্তাটির জন্য ইটের প্রয়োজন= $\frac{741}{0.03125}$ টি

$= 23712$ টি **(Ans)**

প্র্যাকটিস

১) একটি বাগানের দৈর্ঘ্য 80 মিটার এবং প্রস্থ 60 মিটার। বাগানটির ভিতরে সমান পাড়বিশিষ্ট একটি পুকুর খনন করা হল।পুকুর পাড়ের ক্ষেত্রফল 804 বর্গমিটার। পুকুরের গভীরতা 2.75 মিটারহলে, প্রতি ঘনমিটার মাটি খনন করতে 325 টাকা হিসাবে ঐ পুকুরটির মাটি খনন করতে কত টাকা লাগবে?

২) একটি আয়তাকার বাগানের ক্ষেত্রফল 2000 বর্গমিটার। যদি এর দৈর্ঘ্য 10 মিটার কম হতো, তবে বাগানটি বর্গাকার হতো। বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

৩) আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য প্রস্থের দ্বিগুণ এবং ক্ষেত্রফল968 বর্গমিটার হলে আয়তক্ষেত্রটির পরিসীমা নির্ণয় কর।

উত্তরমালা

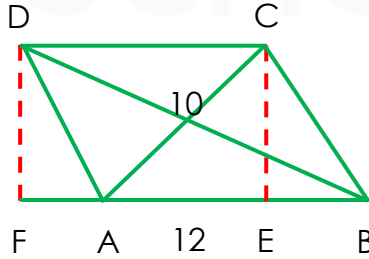
১) 35,71,425 টাকা

২) 50 মিটার ও 40 মিটার

৩) 132 মিটার

Type-3 সামন্তরিক সংক্রান্ত

উদাহরণ-১: 8 মিটার ও 12 মিটার বাহু বিশিষ্ট একটি সামান্তরিকের ক্ষুদ্রতম কর্ণের দৈর্ঘ্য 10 মিটার। অপর কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান:

$ABCD$ সামান্তরিকে $AB = a = 12$ মিটার, $AD = c = 8$ মিটার এবং কর্ণ $BD = b = 10$ মিটার। $DE \perp AF$ এবং $CE \perp AB$

ΔABCএর অর্ধপরিসীমা= $s = \frac{12+10+8}{2} = 15$ মিটার

$\therefore \Delta ABC$এর ক্ষেত্রফল= $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{15(15-12)(15-10)(15-8)}$

$= 39.68$ বর্গমিটার

আবার, ΔABC এর ক্ষেত্রফল$= \frac{1}{2} \times AB \times CE$

বা, $39.68 = \frac{1}{2} \times 12 \times CE$

$\therefore CE = 6.61$

$\therefore DF = 6.61$মিটার

এখন, ΔAFD সমকোণী বলে,

$AD^2 = DF^2 + AF^2$

বা, $AF^2 = AD^2 - DF^2$

বা, $AF^2 = 8^2 - (6.61)^2$

$\therefore AF = 4.50$মিটার

$\therefore FB = FA + AB$

$= (4.50 + 12)$মি.

$= 16.50$মি.

এখন,ΔBDFসমকোণী ত্রিভুজে,

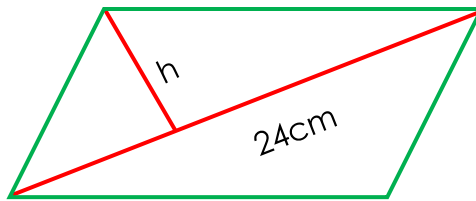
$BD^2 = DF^2 + BF^2$

বা, $BD = \sqrt{(6.61)^2 + (16.50)^2}$

$\therefore BD = 17.78$মিটার

$\therefore$অপর কর্ণের দৈর্ঘ্য$= 17.78$ মিটার। **(Ans)**

উদাহরণ-২: একটি সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল 120 বর্গসে.মি.এবং একটি কর্ণ 24 সে.মি.। কর্ণটির বিপরীত কৌণিক বিন্দু থেকে উক্ত কর্ণের উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান:

মনে করি, সামান্তরিকের একটি কর্ণ$d = 24\ cm$। বিপরীত কৌণিক বিন্দু থেকেউক্ত কর্ণের উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য$= h$ সে.মি.

$\therefore$সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল$= dh$

প্রশ্নমতে, $dh = 120$

$\Rightarrow 24h = 120$

$\therefore h = 5\ cm$ (Ans)

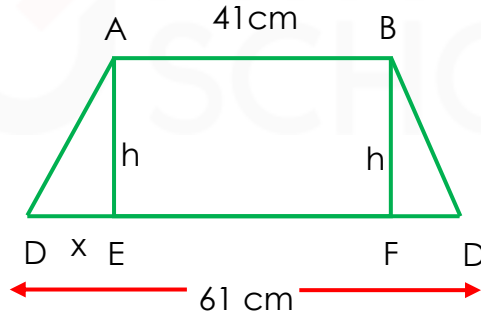
প্র্যাকটিস

১) সামান্তরিকের দুটি সন্নিহিত বাহু30 সে.মি. এবং26 সে.মি.। ক্ষুদ্রতম কর্ণটি28 সে.মি.। সামান্তরিকটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।উত্তর:672 বর্গ সে.মি.

২) 8 মিটার ও 12 মিটার বাহুবিশিষ্ট একটি সামান্তরিকের বৃহত্তম কর্ণের দৈর্ঘ্য17.8 মিটার। সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল একটি বর্গের ক্ষেত্রফলের সমান হলে, বর্গটির বাহুর দৈর্ঘ্য বের কর।

Type-4 ট্রাপিজিয়াম সংক্রান্ত

উদাহরণ-১: একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহু দুটির দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 61 সে.মি. ও 41 সে.মি. এবং অপর বাহু দুটির দৈর্ঘ্য 25 সে.মি. ও 15 সে.মি.। ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান:

মনে করি, $ABCD$ ট্রাপিজিয়ামের $AB = 41$ সে.মি.,$CD = 61$ সে.মি.। $AE \perp CD$ ও$BF \perp CD$ আঁকি।

$\therefore ABFE$ একটি আয়তক্ষেত্র। $\therefore AB = EF = 41$ সে.মি.

ধরি, $DE = x$ এবং$AE = BF = h$

$\therefore CF = CD - DF$

$= CD - (DE + EF)$

$= 61 - (x + 41)$

$= 61 - x - 41$

$= 20 - x$

$\therefore \Delta ADE$ সমকোণী ত্রিভুজে,

$AD^2 = DE^2 + AE^2$

বা, $25^2 = x^2 + h^2$

$\therefore h^2 = 625 - x^2 \ldots\ldots (i)$

আবার, ΔBCF সমকোণী ত্রিভুজে,

$BC^2 = BF^2 + CF^2$

বা, $15^2 = h^2 + (20 - x)^2$

বা, $225 = 625 - x^2 + 400 - 40x + x^2$

বা, $40x = 800$

$\therefore x = 20$

x এর মান(i)নং এ বসিয়ে,

$h^2 = 625 - 20^2$

বা, $h = \sqrt{225}$

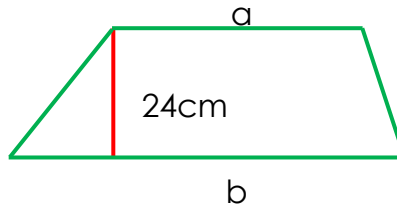
$\therefore h = 15$

$\therefore ABCD$ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}(AB + CD) \times h$

$= \frac{1}{2}(41 + 61) \times 15$

$= 765$ বর্গ সে.মি. **(Ans)**

উদাহরণ-২: একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহু দুইটির দৈর্ঘ্যের অন্তর৪ সে.মি. এবং এদের লম্ব দূরত্ব24 সে.মি.। যদি ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল312 বর্গ সে.মি. হয় তবে, বাহু দুইটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান:

মনে করি, ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহু দুইটিa ওb

তাদের মধ্যে লম্ব দূরত্ব$h = 24$ সে.মি.

ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল$= 312$ বর্গ সে.মি.

প্রশ্নমতে, $b - a = 8$

$\therefore b = 8 + a \dots \dots (i)$

এবং $\frac{1}{2}(a+b)h = 312$

বা, $(a + 8 + a) = \frac{312 \times 2}{24}$

বা, $2a = 26 - 8$

$\therefore a = 9$সে.মি.

$\therefore b = 8 + 9 = 17$সে.মি.

$\therefore$ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহু দুইটির দৈর্ঘ্য 9 সে.মি. ও 17 সে.মি. **(Ans)**

প্র্যাকটিস

১) একটি ট্রাপিজিয়াম এঁকে এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

২) একটি আয়তের সন্নিহিত বাহুদ্বয় যথাক্রমে 91 সে.মি. ও 51 সে.মি. এবং একটি ট্রাপিজিয়ামের অসমান্তরাল বাহুদ্বয় যথাক্রমে 37 সে.মি. ও 13 সে.মি.।যদি আয়তের সন্নিহিত বাহুদ্বয়, ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের সমান হয় তবে ট্রাপিজিয়ামটির উচ্চতা নির্ণয় কর।

Type-5 বর্গক্ষেত্র সংক্রান্ত

উদাহরণ-১: একটি বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা আয়তক্ষেত্রের পরিসীমার সমান। আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য প্রস্থের দ্বিগুণ এবং ক্ষেত্রফল 968 বর্গসে.মি. হলে 25 সে.মি. বর্গাকার পাথর দিয়ে বর্গক্ষেত্রটি বাঁধতে মোট কত পাথর লাগবে?

সমাধান:

মনে করি, আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ= x মিটার

দৈর্ঘ্য= $2x$ মিটার

$\therefore$ক্ষেত্রফল= $(2x \times x)$

$= 2x^2$ বর্গমি.

প্রশ্নমতে, $2x^2 = 968$

বা, $x^2 = 484$

$\therefore x = 22$মিটার

$\therefore$আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ= 22 মিটার এবং

আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য= $(2 \times 22) = 44$ মিটার

$\therefore$আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা $= 2($দৈর্ঘ্য $+$ প্রস্থ$)$

$= 2(22 + 44)$

$= 132$ মিটার

$\therefore$বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা $=$ আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা

বা, $4 \times$বাহুর দৈর্ঘ্য $= 132$

$\therefore$বাহুর দৈর্ঘ্য $= 33$মিটার

$\therefore$বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $=$ (বাহুর দৈর্ঘ্য$)^2$

$= (33)^2$

$= 1089$ বর্গমি.

বর্গাকার পাথরের দৈর্ঘ্য$= 25$ সে.মি.

$= 0.25$ মি.

$\therefore$বর্গাকার পাথরের ক্ষেত্রফল $= (0.25)^2$

$= 0.0625$ বর্গমি.

$\therefore$পাথর লাগবে$= \frac{1089}{0.0625}$

$= 17424$টি **(Ans)**

উদাহরণ-২: একটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল একটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণ। আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য, প্রস্থের তিনগুণ এবং পরিসীমা144 মিটার। বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান:

মনে করি, আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ$= x$ মিটার

দৈর্ঘ্য$= 3x$ মিটার

$\therefore$আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা $= 2(3x + x)$

$= 2 \times 4x$

$= 8x$মিটার

প্রশ্নমতে,$8x = 144$

বা, $x = 18$

$\therefore$আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য $= (3 \times 18) = 54$ মিটার

এবং প্রস্থ $= 18$ মিটার

$\therefore$আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= (54 \times 18)$বর্গমি.

$= 972$বর্গমি.

$\therefore$বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= 2 \times$আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$= (2 \times 972)$বর্গমি.

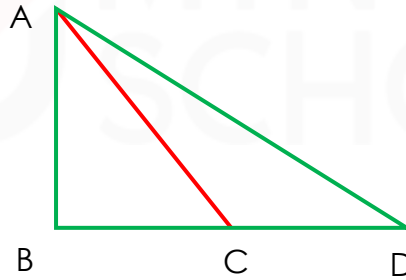
$= 1944$বর্গমি. **(Ans)**

প্র্যাকটিস

১) একটি বর্গাকার মাঠের বাইরে চারদিকে 5 মিটার চওড়া রাস্তা আছে। রাস্তার ক্ষেত্রফল 500 বর্গমিটার হলে, মাঠের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

২) একটি আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ দৈর্ঘ্যের অর্ধেক এবং ক্ষেত্রফল 968 বর্গমি.। একটি বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা আয়তক্ষেত্রের পরিসীমার সমান হলে বর্গক্ষেত্রটির কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

৩) একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য 60 মিটার এবং প্রস্থ 40 মিটার। বাগানের ভেতর সমান পাড়বিশিষ্ট একটি পুকুর আছে। পুকুরের ক্ষেত্রফল বাগানের ক্ষেত্রফলের এক -তৃতীয়াংশ। পুকুরের পরিসীমার সমান পরিসীমাবিশিষ্ট একটি বর্গক্ষেত্রের মেঝে 30 সে.মি. বর্গাকার টালী বাঁধতে মোট কত টালী লাগবে?

৪)

চিত্রে, $\angle ACB = 60°, \angle ADB = 30°, CD = 4$ সে.মি.। একটি বর্গের পরিসীমাΔACD এর পরিসীমার সমান হলে বর্গটির কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

উত্তরমালা

১) 400 বর্গমি.

২) 46.67 মিটার।

৩) 10000 টি

Type-6 রম্বস সংক্রান্ত

উদাহরণ-১: একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য 50 মিটার এবং প্রস্থ 40 মিটার। যদি আয়তাকার বাগানের পরিসীমা কোনো রম্বসের পরিসীমার সমান হয় এবং রম্বসের ক্ষুদ্রতর কর্ণ 54 মিটার হয়, তবে রম্বসের ক্ষেত্রফল ও অপর কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

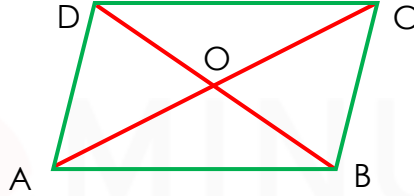
সমাধান:

দেয়া আছে, আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য $= 50$ মিটার

প্রস্থ $= 40$ মিটার

$\therefore$ আয়তাকার বাগানের পরিসীমা $= 2(50 + 40)$

$= 2 \times 90$

$= 180$ মিটার

মনে করি, $ABCD$ একটি রম্বস যার দুটি কর্ণ AC এবং BD পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে।

দেয়া আছে, রম্বসের পরিসীমা $= 180$ মিটার

$\therefore$ রম্বসের এক বাহুর দৈর্ঘ্য $AB = \frac{180}{4} = 45$ মিটার

এবং রম্বসের ক্ষুদ্রতম কর্ণ, $BD = 54$ মিটার

আমরা জানি, রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

$\therefore\ OB = \frac{1}{2} BD$

$= \frac{1}{2} \times 54 = 27$ মিটার

এখন, ΔAOB সমকোণী ত্রিভুজে,

$AB^2 = OA^2 + OB^2$

বা, $OA = \sqrt{AB^2 - OB^2}$

বা, $OA = \sqrt{(45)^2 - (27)^2}$

$\therefore\ OA = 36$ মিটার

∴রম্বসের বৃহত্তর কর্ণ $AC = 2OA = (2 \times 36) = 72$ মি.

∴রম্বসের ক্ষেত্রফল$= \frac{1}{2} \times$ কর্ণদ্বয়ের গুণফল

$= \frac{1}{2} \times 54 \times 72$

$= 1944$ বর্গমি. **(Ans)**

প্র্যাকটিস

১) একটি রম্বসের কর্ণদ্বয় 40 সে.মি. ও 60 সে.মি.।রম্বসের পরিসীমা ও উচ্চতা নির্ণয় কর।

২) ঢাকনাসহ একটি বাক্সের বাইরের মাপ,10 সে.মি., 9সে.মি. ও7 সে.মি.। বাক্সটির বৃহত্তম দৈর্ঘ্যের সমান বাহুবিশিষ্ট কোনো রম্বসের একটি কর্ণ16 সে.মি. হলে, রম্বসটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

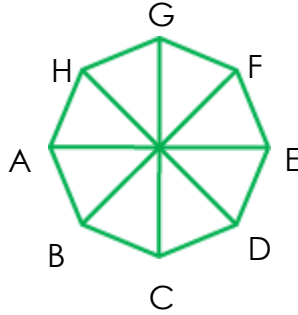
উত্তরমালা

১) 144 সে.মি., $h = 33.26$ সে.মি.(প্রায়)

২) 96 বর্গ সে.মি.

Type-7 বহুভুজ সংক্রান্ত

উদাহরণ-১: একটি সুষম অষ্টভুজের কেন্দ্র থেকে কৌণিক বিন্দুর দূরত্ব3 মিটার।অষ্টভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান:

$ABCDEFGH$ অষ্টভুজের ΔCOD এ

$\angle COD = 360° \div 8 = 45°$

মনে করি,O থেকে শীর্ষের দূরত্ব$a = 3$ মিটার

$\therefore\ \Delta COD$এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}.a.a.sin45°$

$= \frac{1}{2} \times 3^2 \times \frac{1}{\sqrt{2}}$

$= 3.1819$ বর্গমি.

$\therefore$অষ্টভুজের ক্ষেত্রফল$= 8 \times \Delta COD$ এর ক্ষেত্রফল

$= 8 \times 3.1819$

$= 25.455$ বর্গমি. **(Ans)**

উদাহরণ-২: একটি আয়তাকার ঘরের দৈর্ঘ্য 40 মিটার এবং প্রস্থ 30 মিটার। 7 টি সুষম পঞ্চভুজের পরিসীমা আয়তাকার ঘরটির পরিসীমার সমান হলে, সুষম পঞ্চভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান:

দেয়া আছে, ঘরের দৈর্ঘ্য$= 40$ মি.

এবংঘরের প্রস্থ$= 30$ মি.

$\therefore$আয়তাকার ঘরটির পরিসীমা$= 2(40 + 30)$ মিটার

$= 140$ মিটার

প্রশ্নমতে, 7 টি সুষম পঞ্চভুজের পরিসীমা $=$ আয়তাকার ঘরটির পরিসীমা

$\therefore$ 1 টি সুষম পঞ্চভুজের পরিসীমা $= \frac{140}{7} = 20$

আমরা জানি, সুষম বহুভুজের ক্ষেত্রফল$= \frac{na^2}{4} cot \frac{180°}{n}$

আবার,পঞ্চভুজের পরিসীমা$= 20$ মিটার

$\therefore$সুষম পঞ্চভুজের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য$a = \frac{20}{5} = 4$মিটার

$\therefore$সুষম পঞ্চভুজের ক্ষেত্রফল$= \frac{5\times4^2}{4} cot \frac{180°}{5}$

$= 20\, cot\, 36°$

$= 27.52$বর্গমি.(প্রায়) **(Ans)**

উদাহরণ-৩: একটি সমদ্বিবাহুত্রিভুজেরপরিসীমা18 সে.মি.।যদি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজটির পরিসীমার সমান পরিসীমা বিশিষ্ট সুষম ষড়ভুজের পরিসীমা হয়, তাহলে ষড়ভুজের ক্ষেত্রফল ও কেন্দ্র হতে কৌণিক বিন্দুর দূরত্ব নির্ণয় কর।

সমাধান:দেয়া আছে, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা$=$ সুষম ষড়ভুজের পরিসীমা $= 18\ cm$

$\therefore$ষড়ভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য $a = \frac{18}{6}$ সে.মি.

$= 3$সে.মি.

$\therefore$ষড়ভুজের ক্ষেত্রফল$= \frac{6a^2}{4} cot \frac{180°}{6}$বর্গ সে.মি.

$= \frac{6 \times 3^2}{4} cot \frac{180°}{6}$বর্গ সে.মি.

$= 23.383$বর্গ সে.মি.

এখন, ষড়ভুজের কেন্দ্র ও কৌণিক বিন্দুগুলো ষড়ভুজকে6 টি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজে বিভক্ত করে।

$\therefore$প্রতিটি ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল$= \frac{23.383}{6} = 3.89$ বর্গ সে.মি.

ষড়ভুজের বাহুগুলো দ্বারা কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ $= \frac{360°}{6} = 60°$

ষড়ভুজের কেন্দ্র হতে কৌণিক বিন্দুর দূরত্বy হলে,

$\frac{1}{2} y . y . sin60° = 3.89$

বা, $y^2 = \frac{3.89 \times 2}{sin60°}$

বা, $y^2 = 9$

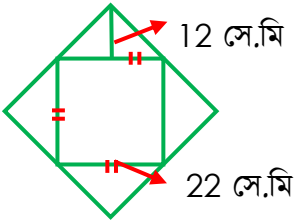
$\therefore y = 3$

$\therefore$সুষম ষড়ভুজটির ক্ষেত্রফল 23.383 বর্গ সে.মি. এবং কেন্দ্র হতে কৌণিক বিন্দুর দূরত্ব 3 সে.মি.। **(Ans)**

প্র্যাকটিস

১) একটি সুষম ষড়ভুজের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য3 সে.মি.হলে, ষড়ভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

২) একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য30 মিটার এবং প্রস্থ20 মিটার। একটি সুষম অষ্টভুজাকার ক্ষেত্রের পরিসীমা বাগানটির পরিসীমার সমান হলে, অষ্টভুজাকার ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৩) বহুভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

উত্তরমালা

১) 23.38 বর্গ সে.মি.(প্রায়)

২) 754.44 বর্গ সে. মি.

Type-8 বৃত্তক্ষেত্র সংক্রান্ত

উদাহরণ-১: 211 মিটার 20 সে.মি. পথ যেতে দুইটি বৃত্তাকার রিং যথাক্রমে 32 বার ও 48 বার ঘুরলো। ছোট রিং এ অন্তর্লিখিত বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান:

এখানে, দূরত্ব $= 211$ মিটার 20 সে.মি.

$= 211$ মিটার $+ \frac{20}{100}$ মিটার

$= 211.20$ মিটার

মনে করি, রিং দুইটির ব্যাসার্ধ যথাক্রমে R ও r

$\therefore$ রিং দুইটির পরিধি $2\pi R$ ও $2\pi r$

প্রশ্নানুযায়ী, $32 \times 2\pi R = 211.20$

বা, $R = \frac{211.20}{32\times 2\pi}$

$\therefore R = 1.05$ মিটার (প্রায়)

এবং, $48 \times 2\pi r = 211.20$

বা, $r = \frac{211.20}{48\times 2\pi}$

$\therefore r = 0.7$ মিটার (প্রায়)

$\therefore$ ছোট রিং এর ব্যাসার্ধ $= 0.7$ মিটার (প্রায়)

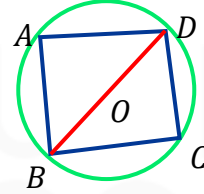
$\therefore$ ব্যাস $2r = (0.7 \times 2) = 1.4$ মিটার (প্রায়)

ধরি, ছোট রিং এ অন্তর্লিখিত বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য $= x$ মিটার

বর্গের কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{2}x$ মিটার

$\therefore \sqrt{2}x = 1.4$

বা, $x = \frac{1.4}{\sqrt{2}} = 0.99$

$\therefore$ বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্য $x = 0.99$ মিটার (প্রায়) **(Ans)**

উদাহরণ-২: একটি বৃত্তাকার মাঠকে ঘিরে একটি রাস্তা আছে। রাস্তাটির বাহিরের পরিধি ভিতরের পরিধি অপেক্ষা 22 মিটার বড়। রাস্তাটি কত মিটার চওড়া?

সমাধান:

আমরা জানি, বৃত্তের পরিধি $= 2\pi \times$ ব্যাসার্ধ

মনে করি, বৃত্তাকার মাঠের ব্যাসার্ধ $= r$

$\therefore$ বৃত্তাকার মাঠের পরিধি $= 2\pi r$

রাস্তাসহ বৃত্তাকার মাঠের ব্যাসার্ধ $= R$

$\therefore$ রাস্তাসহ বৃত্তাকার মাঠের পরিধি $= 2\pi R$

$\therefore$ রাস্তাটি চওড়া $= R - r$

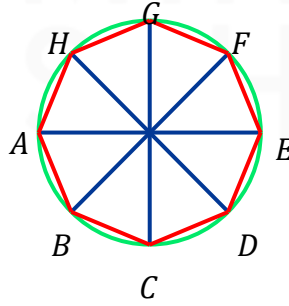
প্রশ্নমতে, $2\pi R - 2\pi r = 22$

বা, $2\pi(R - r) = 22$

বা, $R - r = \frac{22}{2\pi}$

$\therefore R - r = 3.501$

$\therefore$ রাস্তাটি চওড়া $= 3.501$ মিটার (প্রায়) **(Ans)**

উদাহরণ-৩:

$12\sqrt{2}$ মিটার বাহুবিশিষ্ট একটি সুষম অষ্টভুজ একটি বৃত্তে অন্তর্লিখিত। অষ্টভুজটি দ্বারা বৃত্তক্ষেত্রের অনধিকৃত অংশে ঘাস লাগাতে প্রতি বর্গমিটার খরচ হয় 45 টাকা। তাহলে অনধিকৃত অংশে ঘাস লাগাতে কত টাকা খরচ হবে?

সমাধান:

এখানে, $ABCDEFGH$ অষ্টভুজটি 8 টি সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট ত্রিভুজ উৎপন্ন করে।

ΔAOB এ $\angle AOB = \frac{360°}{8} = 45°$

মনে করি, কেন্দ্র O থেকে শীর্ষ বিন্দুগুলোর দূরত্ব $OA = a$ মিটার

এবং বাহুর দৈর্ঘ্য $b = 12\sqrt{2}$ মিটার

$\therefore \Delta AOB$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}.b.b.sin45°$

$= \frac{1}{2}.(12\sqrt{2})^2.\frac{1}{\sqrt{2}}$

$= 72\sqrt{2}$ বর্গ মি.

$\therefore$ অষ্টভুজের ক্ষেত্রফল $= (8 \times 72\sqrt{2})$

$= 814.59$ বর্গ মি.

আবার, $\frac{1}{2}.a.a.sin45° = 72\sqrt{2}$

বা, $a^2 = \frac{72\sqrt{2}\times 2}{sin45°}$

বা, $a = \sqrt{288}$

$\therefore a = 12\sqrt{2}$

$\therefore$ বৃত্তের ব্যাসার্ধ $r = a = 12\sqrt{2}$ মি.

$\therefore$ বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$

$= 3.1416 \times (12\sqrt{2})^2$

$= 904.781$ বর্গমি. (প্রায়)

$\therefore$ বৃত্তের অনধিকৃত অংশের ক্ষেত্রফল $= (904.781 - 814.59)$

$= 90.191$ বর্গমি. (প্রায়)

$\therefore$ অনধিকৃত অংশে ঘাস লাগাতে খরচ $= 90.191 \times 45$

$= 4058.595$ টাকা (প্রায়) **(Ans)**

প্র্যাকটিস

১) 12 মিটার বাহুবিশিষ্ট কোনো সুষম ষড়ভুজ কোনো বৃত্তে অন্তর্লিখিত হলে বৃত্তের অনধিকৃত অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

২) একটি বৃত্তের পরিধি 110 মিটার এবং ঐ বৃত্তে অন্তর্লিখিত $ABCD$ একটি বর্গ হলে, বৃত্তের ক্ষেত্রফল এবং বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

৩) একটি বৃত্তের ব্যাস ও পরিধির পার্থক্য 60 সে.মি.। ঐ বৃত্তে অন্তর্লিখিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৪) একটি বৃত্তের পরিধি 440 মিটার। ঐ বৃত্তের মধ্যে $ABCD$ বর্গক্ষেত্র আঁকা হলো। বর্গক্ষেত্র বাদে বৃত্তের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৫) একটি বৃত্তাকার মাঠকে ঘিরে একটি রাস্তা আছে। রাস্তাটির বাইরের পরিধি ভিতরের পরিধি অপেক্ষা 24 মিটার বড়। মাঠের ব্যাসার্ধ 36 মিটার। প্রতি বর্গমিটার রাস্তায় ইট বসাতে খরচ হয় 300 টাকা। তাহলে রাস্তাটিতে ইট বসাতে কত খরচ হবে তা নির্ণয় কর।

উত্তরমালা

১) 78.267 বর্গ মি.

২) 962.115 বর্গমি. 24.74 মিটার

৩) 28 বর্গ সে.মি.

৪) 5598.23 বর্গমিটার

অনুশীলনী-১৬.৩

Type-1 পরিধি ও ব্যাসার্ধ সংক্রান্ত

উদাহরণ-১: 14 সে.মি. ব্যাসবিশিষ্ট বৃত্তের পরিধি কত?

সমাধান: দেওয়া আছে, $d = 14\ cm$

$\therefore 2r = 14\ cm$

আমরা জানি, পরিধি, $c = 2\pi r$

$= 14 \times 3.1416$

$= 43.98 cm$ (প্রায়) **(Ans)**

প্র্যাকটিস

১) একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ 42 cm। পরিধি নির্ণয় কর।

২) একটি বৃত্তের পরিধি 44 মিটার। বৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

৩) একটি বৃত্তের ব্যাস ও পরিধির পার্থক্য 90 cm হলে বৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

৪) একটি চাকার ব্যাস 4.5 মিটার। চাকাটি 360 মিটার পথ অতিক্রম করতে কত বার ঘুরবে?

৫) 211 মিটার 20 cm যেতে দুইটি চাকা যথাক্রমে 32 এবং 48 বার ঘুরলো। চাকা দুইটির ব্যাসার্ধের অন্তর নির্ণয় কর।

উত্তরমালা

১) 263.894 cm (প্রায়)

২) 7 মিটার (প্রায়)

৩) 21.01cm (প্রায়)

৪) 25 বার

৫) 0.35 মিটার (প্রায়)

Type-2 বৃত্তাংশের দৈর্ঘ্য, বৃত্তচাপ ও কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ সংক্রান্ত

উদাহরণ-১: একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ $8\ cm$ এবং বৃত্তচাপ কেন্দ্রে $56°$ কোণ উৎপন্ন করে, বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ, $r = 8\ cm$

কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ, $\theta = 56°$

বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য, $S = ?$

আমরা জানি, $S = \frac{\pi r\theta}{180°} = \frac{3.1416\times8\times56}{180}$

$= 7.82cm$ (প্রায়) **(Ans)**

প্র্যাকটিস

১) একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ $12\ cm$ এবং বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য $14\ cm$। কেন্দ্রে বৃত্তচাপটি যে কোণ উৎপন্ন করে তা নির্ণয় কর।

২) একটি বৃত্তাংশের ক্ষেত্রফল 77 বর্গমিটার এবং বৃত্তের ব্যাসার্ধ 21 মিটার। বৃত্তচাপটি কেন্দ্রে যে কোণ উৎপন্ন করে তা নির্ণয় কর।

উত্তরমালা

১) $66.84°$ (প্রায়)

২) $20.008°$ (প্রায়)

Type-3 ক্ষেত্রফল সংক্রান্ত

উদাহরণ-১: একটি বৃত্তাকার মাঠের ব্যাস 124 মিটার। মাঠের সীমানা ঘেষে 6 মিটার একটি চওড়া রাস্তা আছে। রাস্তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান:

বৃত্তাকার মাঠের ব্যাসার্ধ r মিটার ও

রাস্তাসহ বৃত্তাকার মাঠের ব্যাসার্ধ R মিটার

$\therefore r = \frac{124}{2} = 62$ মিটার, $R = 62 + 6 = 68$ মিটার

$\therefore$ রাস্তাসহ মাঠের ক্ষেত্রফল $= \pi R^2$

$= \pi \times 68^2$ বর্গমিটার

$= 14526.76$ বর্গমিটার (প্রায়)

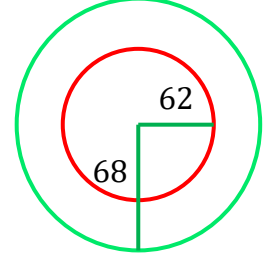
$\therefore$ মাঠের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$

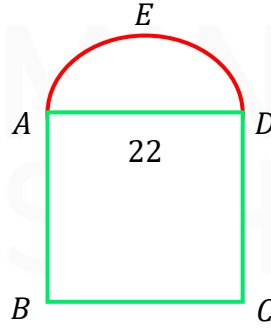
$= \pi \times 62^2$ বর্গমিটার

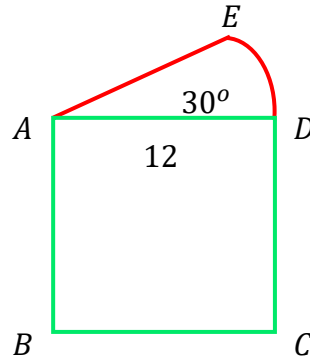
$= 12076.31$ বর্গমিটার (প্রায়)

$\therefore$ রাস্তার ক্ষেত্রফল $=$ রাস্তাসহ মাঠের ক্ষেত্রফল $-$ মাঠের ক্ষেত্রফল

$= (14526.76 - 12076.31)$বর্গমিটার

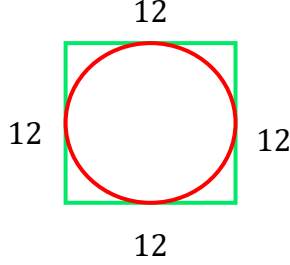
$= 2450.45$ বর্গমিটার (প্রায়) **(Ans)**

প্র্যাকটিস

১)

চিত্রে $ABCD$ একটি বর্গক্ষেত্র যার প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য 22 মিটার এবং AED ক্ষেত্রটি একটি অর্ধবৃত্ত। সম্পূর্ণ ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

২)

চিত্রে $ABCD$ একটি আয়তক্ষেত্র যার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে 12 মিটার ও 10 মিটার এবং DAE একটি বৃত্তাংশ। বৃত্তচাপ DE এর দৈর্ঘ্য এবং সম্পূর্ণ ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৩) একটি বৃত্তাকার পার্কের ব্যাস 26 মিটার। পার্কটিকে বেষ্টন করে বাইরে 2 মিটার প্রশস্ত একটি পথ আছে। পাথরটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৪) একটি বৃত্তের পরিধি একটি সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমার সমান। এদের ক্ষেত্রফলের অনুপাত নির্ণয় কর।

৫) একটি বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য 12 সে.মি.। বর্গক্ষেত্রের অন্তর্লিখিত বৃত্তের বাইরের অংশের ক্ষেত্রফল কত?

উত্তরমালা

১) 674.07 বর্গমিটার (প্রায়)

২) 6.028 মিটার (প্রায়) এবং 157.7 বর্গমিটার (প্রায়)

৩) 175.93 বর্গমিটার (প্রায়)

৪) $3\sqrt{3}:\pi$

৫) 30.9024 বর্গসে.মি. (প্রায়)

Type-4 খরচ সংক্রান্ত

উদাহরণ-১: একটি বৃত্তাকার মাঠকে ঘিরে একটি রাস্তা আছে। রাস্তাটির বাইরের পরিধি ভিতরের অপেক্ষা 22 m বড়। প্রতি বর্গমিটার রাস্তায় ইট বসাতে খরচ হয় 300 টাকা। মাঠের ব্যাসার্ধ 35 মিটার হলে, রাস্তাটিতে ইট বসাতে কত খরচ হবে তা নির্ণয় কর।

সমাধান:

দেওয়া আছে, মাঠের ব্যাসার্ধ, $r = 35\ m$

রাস্তাসহ মাঠের ব্যাসার্ধ $= R$

$\therefore$ রাস্তার চওড়া $= (R - 35)m$

প্রশ্নমতে, $2\pi R - 2\pi r = 22$

বা, $R - r = \frac{22}{2\pi}$

বা, $R - r = 3.5$ মি.

বা, $R = 3.5 + 35 = 38.5$ মি.

∴ রাস্তার ক্ষেত্রফল $= \pi R^2 - \pi r^2$

$= \pi(R^2 - r^2)$

$= \pi\{(38.5)^2 - (35)^2\}$

$= 808.18\ m^2$

∴ ইট বসাতে খরচ $= (808.18 \times 300)$ টাকা

$= 242453$ টাকা **(Ans)**

প্র্যাকটিস

১) একটি বৃত্তস্থ আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য এবং প্রস্থ যথাক্রমে 12 মিটার ও 5 মিটার। আয়তক্ষেত্র বাদে বৃত্তের অবশিষ্ট খালি জায়গায় ঘাস লাগানো আছে। প্রতি বর্গমিটারে ঘাস লাগাতে 50 টাকা হিসাবে কত টাকা খরচ হবে? উত্তর: 3636.65 টাকা

২) একটি বৃত্তাকার বাগানের ব্যাস 300 মিটার। বাগানের সীমানা ঘেষে বাইরের দিকে 5 মি. চওড়া একটি রাস্তা আছে। প্রতি বর্গমিটার রাস্তা বাঁধাই করতে খরচ হয় 100 টাকা এবং প্রতি মিটার বেড়া দিতে খরচ হয় 7.50 টাকা। রাস্তাটি বাঁধাই করতে কত টাকা খরচ লাগবে? রাস্তার ক্ষেত্রফলের সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট বর্গাকার মাঠের চারপাশে বেড়া দিতে কত খরচ লাগে? উত্তর: 479094 টাকা, 2076.51 টাকা।

উত্তরমালা

১) 3636.65 টাকা

২) 479094 টাকা, 2076.51 টাকা।

অনুশীলনী-১৬.৪

Type-1 আয়তন সংক্রান্ত ও ক্ষেত্রফল সংক্রান্ত

উদাহরণ-১: একটি 5 মিটার উচ্চতার লোহার পাইপের বাইরের ব্যাস 16 cm। পাইপের বাইরের আয়তন কত?

সমাধান:

দেওয়া আছে, উচ্চতা, $h = 5$ মিটার $= 500$ সে.মি.

ব্যাসার্ধ, $r = \frac{16}{2} = 8$ সে.মি.

আমরা জানি, আয়তন $= \pi r^2 h$

$= \pi \times 8^2 \times 500$

$= 100531.2$ ঘন সে.মি. **(Ans)**

প্র্যাকটিস

১) একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে $25cm, 20cm$ এবং $15cm$। এর সমগ্রতলের আয়তন ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

২) একটি সমবৃত্তভূমিক বেলনের উচ্চতা $10cm$ এবং ভূমির ব্যাসার্ধ $7cm$ হলে, আয়তন এবং সমগ্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৩) কোনো আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য $12cm$ এবং প্রস্থ $5cm$। একে বৃহত্তর বাহুর চতুর্দিকে ঘোরালে যে ঘন বস্তু উৎপন্ন হয় তার পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল এবং আয়তন নির্ণয় কর।

৪) একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতার অনুপাত $21:16:12$ এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য $87cm$ হলে, ঘনবস্তুর তলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৫) $12cm$ উচ্চতা বিশিষ্ট একটি বেলনের ভূমির ব্যাসার্ধ $5cm$। এর পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল ও আয়ত নির্ণয় কর।

উত্তরমালা

১) 2350 বর্গসে.মি. এবং 7500 ঘনসে.মি.

২) 1539.38 ঘনসে.মি. (প্রায়) এবং 747.7 বর্গমিটার (প্রায়)

৩) 534.071 বর্গসে.মি. (প্রায়) এবং 942.48 ঘনসে.মি. (প্রায়)

৪) 14040 বর্গসে.মি.

৫) 534.071 বর্গসে.মি. (প্রায়)

Type-2 ওজন নির্ণয় সংক্রান্ত

উদাহরণ-১: একটি লোহার পাইপের ভিতরের ও বাইরের ব্যাস যথাক্রমে 14 সে.মি. ও 16 সে.মি. এবং পাইপের উচ্চতা 5 মিটার। 1 ঘন সে.মি. লোহার ওজন $7.2gm$। পাইপের লোহার ওজন নির্ণয় কর।

সমাধান:

দেওয়া আছে, পাইপের উচ্চতা, $h = 5$ মিটার $= 500$ সে.মি.

পাইপের বাইরের ব্যাসার্ধ, $R = 8cm$

পাইপের ভিতরের ব্যাসার্ধ, $r = 7cm$

$\therefore$ পাইপের বাইরের আয়তন $= \pi R^2 h = 3.1416 \times 8^2 \times 500\ cm^3$

$= 100531.2cm^3$

$\therefore$ পাইপের ভিতরের আয়তন $= \pi r^2 h = 3.1416 \times 7^2 \times 500\ cm^3$

$= 76969.2cm^3$

∴ পাইপের মোট আয়তন $= (100531.2 - 76969.2)cm^3$

$= 23562cm^3$

দেওয়া আছে,

1 ঘন সে.মি. লোহার ওজন $= 7.2g$

∴ পাইপের লোহার ওজন $= (23652 \times 7.2)g$

$= 170294.4g$

$= 170.294kg$ (প্রায়) **(Ans)**

প্র্যাকটিস

১) একটি লোহার পাইপের ভিতরের ও বাইরের ব্যাস যথাক্রমে 8 সে.মি. ও 10 সে.মি. এবং পাইপের উচ্চতা 4 মিটার। 1 ঘন সে.মি. লোহার ওজন $7.2g$। পাইপে ব্যবহৃত লোহার ওজন কত কেজি?

উত্তরমালা

১) $81.43kg$

Type-3 ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য / উচ্চতা সংক্রান্ত

উদাহরণ-১: একটি লোহার পাইপের ভিতরের ও বাইরের ব্যাস যথাক্রমে $18cm$ ও $20cm$ এবং উচ্চতা $5m$। পাইপটিকে গলিয়ে $6cm$ ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি নিরেট দন্ডে পরিণত করা হলে, দন্ডটির উচ্চতা কত হবে?

সমাধান:

দেওয়া আছে, পাইপের ভিতরের ব্যাস $= 18$ সে.মি.

∴ ব্যাসার্ধ, $r = \frac{18}{2} = 9$ সে.মি.

পাইপের বাইরের ব্যাস $= 20$ সে.মি.

∴ ব্যাসার্ধ, $r = \frac{20}{2} = 10$ সে.মি.

পাইপের উচ্চতা, $h = 5$ মিটার $= 500$ সে.মি.

∴ পাইপের ভিতরের আয়তন $= \pi r^2 h = 3.1416 \times 9^2 \times 500\ cm^3$

$= 127234.8cm^3$

∴ পাইপের বাইরের আয়তন $= \pi R^2 h = 3.1416 \times 10^2 \times 500\ cm^3$

$= 157080cm^3$

∴ পাইপের মোট আয়তন $= (157080 - 127234.8)cm^3$

$= 29845.2cm^3$

আবার, দেওয়া আছে,

নিরেট দন্ডের ব্যাসার্ধ, $r' = 6cm$

প্রশ্নমতে, নিরেট দন্ডের আয়তন = পাইপের আয়তন

$\Rightarrow \pi(r')^2 h = 29845.2$

$\Rightarrow h = \frac{29845.2}{3.1416\times 6^2} = 263.89cm$

$= 2.64m$ (প্রায়)

∴ নির্ণেয় দন্ডের উচ্চতা $2.64m$ (প্রায়) **(Ans)**

প্র্যাকটিস

১) একটি লোহার পাইপের ভিতরের ও বাইরের ব্যাস যথাক্রমে $14cm$ ও $16cm$ এবং পাইপের উচ্চতা 5 মিটার। পাইপকে গলিয়ে 7 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি নিরেট দন্ডে পরিণত করা হলো। দন্ডটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

উত্তরমালা

১) $153.65cm$ (প্রায়)

Type-4 বিবিধ

উদাহরণ-১: একটি আয়তাকার কাঠের বাক্সের বাইরের মাপ যথাক্রমে $8cm, 6cm$ ও $4cm$। এর ভিতরের সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল 88 বর্গ সে.মি.। কাঠের বাক্সের পুরুত্ব নির্ণয় কর।

সমাধান:

বাক্সের ধার যথাক্রমে $8cm, 6cm$ ও $4cm$।

মনে করি, বাক্সের পুরুত্ব x সে.মি.

∴ বাক্সের ভিতরের পৃষ্ঠগুলো দৈর্ঘ্য, $a = 8 - 2x$ মিটার

প্রস্থ, $b = 6 - 2x$ মিটার

উচ্চতা, $c = 4 - 2x$ মিটার

∴ বাক্সের ভিতরের অংশের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল

$= 2\{(8-2x)(6-2x)+(6-2x)(4-2x)+(4-2x)(8-2x)\}$

$= 2(12x^2 - 72x + 104)$

প্রশ্নমতে, বাক্সের ভিতরের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $= 88cm^2$

$\Rightarrow 2(12x^2 - 72x + 104) = 88$

$\Rightarrow 12x^2 - 72x + 104 - 44 = 0$

$\Rightarrow 12x^2 - 72x + 60 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 6x + 5 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 5x - x + 5 = 0$

$\Rightarrow x(x-5) - 1(x-5) = 0$

$\Rightarrow (x-5)(x-1) = 0$

$\therefore x = 5 \; or \; x = 1$

বাক্সদ্বয়ের উচ্চতা $4cm$, তাই পুরুত্ব $5cm$ হতে পারে না। $\therefore x \neq 5$

$\therefore x = 1cm$ **(Ans)**

প্র্যাকটিস

১) একটি ঘনক আকৃতির বস্তুর পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল 2400 বর্গ সে.মি. হলে, এর কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

২) একটি বেলনের বক্রতলের ক্ষেত্রফল $100cm^2$ এবং আয়তন $150cm^3$। বেলনের উচ্চতা এবং ভূমির ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

উত্তরমালা

১) $34.641cm$

২) $5.305cm, 3cm$

সৃজনশীল (CQ)

প্রশ্ন-১। একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর অনুপাত $4:5:7$ এবং পরিসীমা 64 সে.মি.। ত্রিভুজটির পরিসীমার সমান পরিসীমাবিশিষ্ট সামান্তরিকের সন্নিহিত বাহুদ্বয়ের একটির দৈর্ঘ্য 12 সে.মি. এবং একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য 28 সে.মি.।

ক) বেলনাকার দন্ডের ভূমির ব্যাসার্ধ 6 সে.মি. ও আয়তন 180π ঘন সে.মি হলে, এর উচ্চতা নির্ণয় কর।

খ) ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

গ) সামান্তরিকটির অপর কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান:

ক) বেলনাকার দন্ডের ভূমির ব্যাসার্ধ, $r = 6$ সে.মি.

এবং আয়তন 180π ঘন সে.মি.

মনে করি, এর উচ্চতা h সে.মি

প্রশ্নমতে, $\pi r^2 h = 180\pi$

বা, $\pi \times 6^2 \times h = 180\pi$

বা, $h = \frac{180\pi}{36\pi}$

$\therefore h = 5$

সুতরাং দন্ডের উচ্চতা 5 সে.মি. **(Ans)**

খ) মনে করি, ত্রিভুজের বাহুত্রয় $4x, 5x$ এবং $7x$ সে.মি.

প্রশ্নমতে, ত্রিভুজের পরিসীমা $= 64$ সে.মি.

$\therefore 4x + 5x + 7x = 64$

বা, $16x = 64$

$\therefore x = 4$

$\therefore$ ত্রিভুজের বাহুত্রয় যথাক্রমে 16 সে.মি., 20 সে.মি. এবং 28 সে.মি.

এখন, ত্রিভুজের পরিসীমা, $2s = 64$ সে.মি.

$\therefore$ অর্ধপরিসীমা $s = 32$ সে.মি.

$\therefore$ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \sqrt{32(32-28)(32-20)(32-16)}$ বর্গ সে.মি.

$= \sqrt{32.4.12.16}$ বর্গ সে.মি.

$= 64\sqrt{6}$ বর্গ সে.মি.

$= 156.77$ বর্গ সে.মি. (প্রায়) **(Ans)**

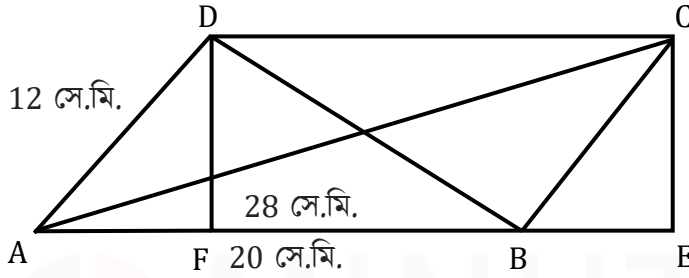
গ) দেওয়া আছে, সামান্তরিকের একটি বাহু 12 সে.মি. এবং পরিসীমা 64 সে.মি.

মনে করি, সামান্তরিকের অপর বাহু x সে.মি.

$\therefore 2(x+12) = 64$

বা, $x + 12 = 32$

$\therefore x = 20$

সামান্তরিকের বাহুদ্বয় 20 সে.মি. ও 12 সে.মি. এবং একটি কর্ণ 28 সে.মি.

মনে করি, $ABCD$ সামান্তরিকের $AB = a = 20$ সে.মি., $AD = BC = b = 12$ সে.মি.

এবং কর্ণ $AC = c = 28$ সে.মি.

D ও C থেকে AB এর উপর এবং AB এর বর্ধিতাংশের উপর DF ও CE লম্ব টানি। B, D যোগ করি।

ΔABC এর অর্ধপরিসীমা $s = \frac{20+12+28}{2} = 30$ সে.মি.

$\therefore \Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল $= \sqrt{S(S-AB)(S-BC)(S-AC)}$ বর্গ একক

$= \sqrt{30(30-20)(30-12)(30-28)}$ বর্গ সে.মি.

$= \sqrt{30.10.18.2}$ বর্গ সে.মি.

$= \sqrt{10800}$ বর্গ সে.মি.

$= 103.92$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

আবার, ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times AB \times CE$

বা, $103.92 = \frac{1}{2} \times 20 \times CE$

বা, $CE = 10.392$

এখন, ΔBCE সমকোণী ত্রিভুজে,

$BC^2 = BE^2 + CE^2$

বা, $BE^2 = BC^2 - CE^2$

$= (12)^2 - (10.392)^2$

$= 144 - 107.9936$

$= 36.006$

$\therefore BE = 6$ সে.মি. (প্রায়)

এখন, $BF = AB - AF$

$= AB - BE$

$= 20 - 6 = 14$

$\therefore BE = 14$ সে.মি.

আবার, ΔBDF সমকোণী ত্রিভুজে,

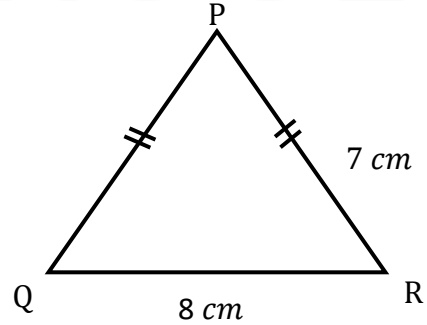
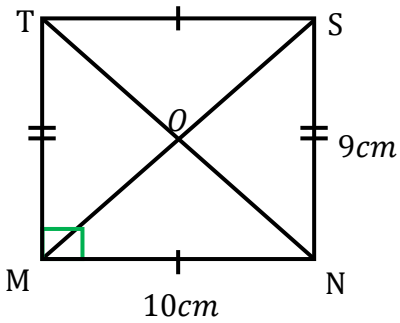
$BD^2 = BF^2 + DF^2$

$= (14)^2 + (10.392)^2$ [$\because DF = CE = 10.392$ সে.মি.]

$= 196 + 107.9936$

$= 303.9936$

$\therefore BD = 17.435$ সে.মি. (প্রায়) **(Ans)**

প্রশ্ন-২।

ক) OS এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

খ) $MNST$ চতুর্ভুজটিকে বৃহত্তর বাহুর চতুর্দিকে ঘোরালে যে ঘনবস্তুটি উৎপন্ন হয়, তার সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল ও আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অনুপাত নির্ণয় কর।

গ) ΔPQR এর ক্ষেত্রফল কোনো বৃত্তের ক্ষেত্রফলের সমান হলে বৃত্তের পরিধি নির্ণয় কর।

সমাধান:

ক) চিত্রে, $MNST$ একটি আয়তক্ষেত্র

যার দৈর্ঘ্য, $MN = 10cm$

প্রস্থ, $NS = 9cm$

$\therefore$ কর্ণ, $MS = \sqrt{10^2 + 9^2}$ সে.মি.

$= \sqrt{100 + 81}$ সে.মি.

$= \sqrt{181}$ সে.মি.

$= 13.4536$ সে.মি.

$\therefore$ অর্ধকর্ণ, $OS = \frac{1}{2} \times 13.4536$ সে.মি.

$= 6.7268$ সে.মি.

$= 6.73$ সে.মি. (প্রায়) **(Ans)**

খ) $MNST$ চতুর্ভুজটিকে বৃহত্তর বাহুর চতুর্দিকে ঘোরালে একটি সমবৃত্তভূমিক বেলন উৎপন্ন হবে।

যার উচ্চতা, $h = 10$ সে.মি.

ভূমির ব্যাসার্ধ, $r = 9$ সে.মি.

$\therefore$ বেলনের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi rh + 2\pi r^2$

$= 2\pi r(h + r)$

$= 2 \times 3.1416 \times 9(10 + 9)$ বর্গ সে.মি.

$= 1074.43$ বর্গ সে.মি.

আবার, $MSNT$ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= 10 \times 9$ বর্গ সে.মি.

$= 90$ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ বেলনের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অনুপাত $= 1074.43 : 90$ **(Ans)**

গ) দেওয়া আছে, ΔPQR একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ যার সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য $= 7cm$

$\therefore \Delta PQR$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{b}{4}\sqrt{4a^2 - b^2}$

$= \frac{8}{4}\sqrt{4.7^2 - 8^2}$ বর্গ সে.মি.

$= 2\sqrt{196 - 64}$ বর্গ সে.মি.

$= 2\sqrt{132}$ বর্গ সে.মি.

$= 22.978$ বর্গ সে.মি.

মনে করি, বৃত্তের ব্যাসার্ধ $= r$ সে.মি.

$\therefore$ বৃত্তের পরিধি $= 2\pi r$ সে.মি.

$\therefore$ বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$ বর্গ সে.মি.

শর্তানুসারে, $\pi r^2 = 22.978$

বা, $r^2 = \frac{22.978}{\pi} = \frac{22.978}{3.1416} = 7.314$

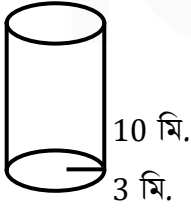
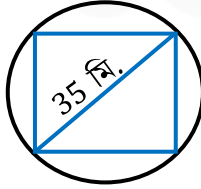
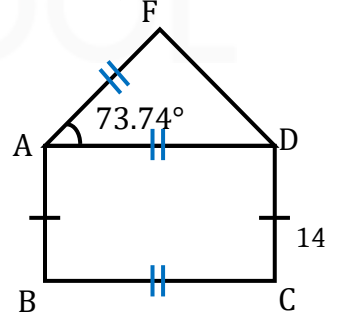
বা, $r = \sqrt{7.314}$

$\therefore r = 2.704$ সে.মি.

$\therefore$ বৃত্তের পরিধি $= 2\pi r$

$= 2 \times 3.1416 \times 2.704$ সে.মি.

$= 16.9897$ সে.মি.

$= 16.99$ সে.মি. (প্রায়) **(Ans)**

ক) দৃশ্যকল্প-১ হতে বক্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

খ) দৃশ্যকল্প-২ হতে বৃত্তাকার ও বর্গাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের পার্থক্য নির্ণয় কর।

গ) দৃশ্যকল্প-৩ হতে সমদ্বিবাহু ত্রিভুজটির পরিসীমা নির্ণয় কর।

সমাধান:

ক) দৃশ্যকল্প-১ অনুসারে,

বেলনের ভূমির ব্যাসার্ধ, $r = 3$ মি.

এবং উচ্চতা, $h = 10$ মি.

$\therefore$ বেলনের বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi r$ বর্গ মি.

$= 2 \times 3.1416 \times 3 \times 10$

$= 188.496$ বর্গ মি. (প্রায়) **(Ans)**

খ) দেওয়া আছে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ $= 35$ মিটার

$\therefore$ বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$ বর্গ মি.

$= 3.1416 \times 35^2$

$= 3848.46$ বর্গ মি.

চিত্রানুসারে, বর্গটির কর্ণের দৈর্ঘ্য $= 2 \times$ বৃত্তের ব্যাসার্ধ

$= 2 \times 35 = 70$ মি.

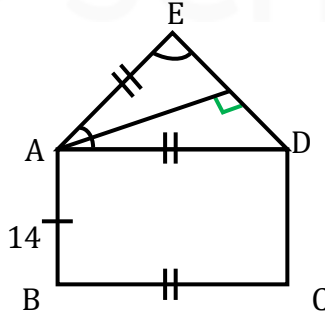
এবং বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য $= \frac{70}{\sqrt{2}} = 35\sqrt{2}$ মিটার

$\therefore$ বর্গের ক্ষেত্রফল $= \left(35\sqrt{2}\right)^2$ বর্গ মিটার

$= 2450$ বর্গ মিটার

$\therefore$ বৃত্তাকার ও বর্গাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের পার্থক্য $= (3848.46 - 2450)$ বর্গ মি.

$= 1398.46$ বর্গ মিটার**(Ans)**

গ)

চিত্রানুসারে, $BC = AD = AE = 50$ একক

এবং $\angle EAD = 73.74°$

$AF \perp DE$ অঙ্কন করি। সুতরাং $EF = DF$ [$\because AED$ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ]

এবং $\angle EAF = \angle FAD = \frac{73.74°}{2} = 36.87°$

ΔAEF-এ $sin\angle EAF = \frac{EF}{AE}$

বা, $sin36.87° = \frac{EF}{50}$

$\therefore EF = 30$ একক (প্রায়)

$\therefore DE = EF + DF = 2EF = 60$ একক

$\therefore \Delta AED$ এর পরিসীমা $= AE + AD + DE$

$= 50 + 50 + 60$

$= 160$ একক **(Ans)**

প্রশ্ন-৪। একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 31 সে.মি. এবং 11 সে.মি. অপর বাহু দুটির দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 10 সে.মি. এবং 12 সে.মি.। একটি লোহার পাইপের ভিতরের ও বাইরের ব্যাস যথাক্রমে 12 সে.মি. এবং 14 সে.মি.। পাইপটির উচ্চতা 6 সে.মি.।

ক) পাইপটির বাইরের বক্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

খ) এক ঘন সে.মি. লোহার ওজন 7.2 গ্রাম হলে পাইপের লোহার ওজন নির্ণয় কর।

গ) ট্রাপিজিয়ামটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান:

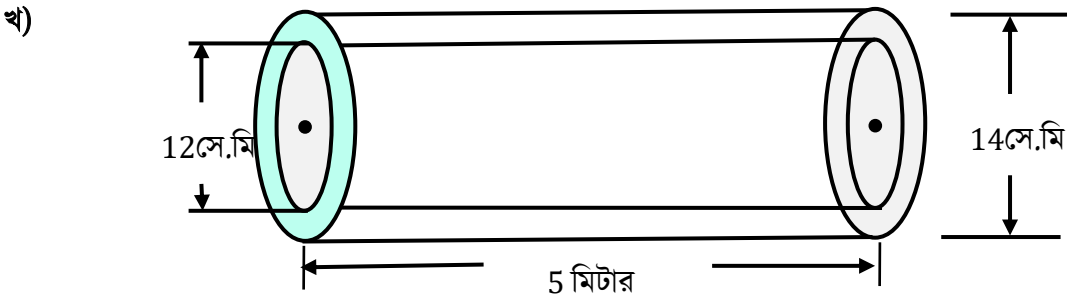
ক) পাইপের বাইরের ব্যাসার্ধ, $r = \frac{14}{2} = 7$ সে.মি.

উচ্চতা, $h = 6$ সে.মি.

$\therefore$ পাইপটির বাইরের বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi rh$

$= 2 \times 3.1416 \times 7 \times 6$

$= 263.89$ বর্গ সে.মি. (প্রায়) **(Ans)**

খ)

দেওয়া আছে, পাইপের ভিতরের ব্যাস $= 12$ সে.মি.

বাইরের ব্যাস $= 14$ সে.মি.

উচ্চতা $h = 6$ সে.মি.

এবং 1 ঘন সে.মি. লোহার ওজন $= 7.2$ গ্রাম।

আমরা জানি, বেলনের আয়তন $= \pi r^2 h$ ঘন একক

$\therefore$ পাইপের বাইরের আয়তন $= \pi \times \left(\frac{14}{2}\right)^2 \times 6$ ঘন সে.মি.

$= 294\pi$ ঘন সে.মি.

এবং পাইপের ভিতরের আয়তন $= \pi \times \left(\frac{12}{2}\right)^2 \times 6$ ঘন সে.মি.

$= 216\pi$ ঘন সে.মি.

এখন, পাইপের লোহার আয়তন $=$ বাইরের আয়তন $-$ ভিতরের আয়তন

$= (294\pi - 216\pi)$ ঘন সে.মি

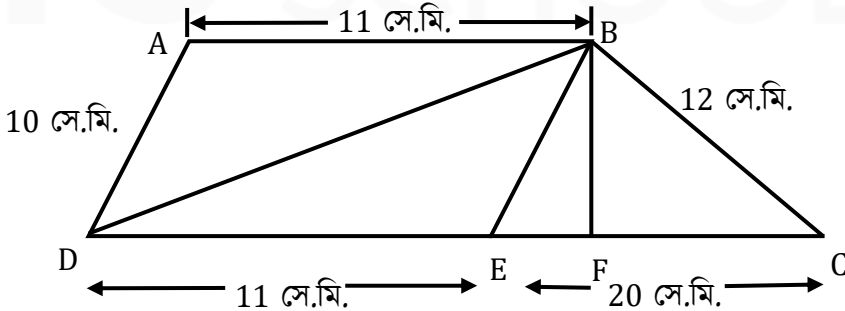
$= 78\pi$ ঘন সে.মি

$\therefore$ পাইপের লোহার ওজন $= 78\pi \times 7.2$ গ্রাম

$= 1764.32$ গ্রাম

$= \frac{1764.32}{1000}$ কিলোগ্রাম

$= 1.76$ কিলোগ্রাম (প্রায়) **(Ans)**

গ)

মনে করি, $ABCD$ ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয় যথাক্রমে AB এবং CD

সুতরাং $AB = 11$ সে.মি., $CD = 31$ সে.মি.

$AD = 10$ সে.মি. এবং $BC = 12$ সে.মি.

CD থেকে AB এর সমান করে DE অংশ কেটে নিই এবং B, E যোগ করি। এখন $AB = DE$ এবং $AB || DE$. অতএব, $ABED$ একটি সামান্তরিক।

$\therefore BE = AD = 10$ সে.মি. এবং $CE = CD - DE$

$= CD - AB \quad [\because AB = DE]$

$= (31 - 11)$ সে.মি.

$= 20$ সে.মি.

ΔBEC এর অর্ধপরিসীমা, $s = \frac{BC+CE+BE}{2}$

$= \frac{12+20+10}{2}$ সে.মি.

$= \frac{42}{2}$ সে.মি.

$= 21$ সে.মি.

ΔBEC এর ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-BC)(s-CE)(s-BE)}$

$= \sqrt{21(21-12)(21-20)(21-10)}$ বর্গ সে.মি.

$= \sqrt{21 \times 9 \times 1 \times 11}$ বর্গ সে.মি.

$= \sqrt{9 \times 231}$ বর্গ সে.মি.

$= 3\sqrt{231}$ বর্গ সে.মি.

B বিন্দু থেকে CD রেখার উপর BF লম্ব আঁকি।

ধরি, $BF = h$ সে.মি.

ΔBEC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times CE \times BF$

বা, $3\sqrt{231} = \frac{1}{2} \times 20 \times h$

বা, $10h = 3\sqrt{231}$

$\therefore h = \frac{3\sqrt{231}}{10}$

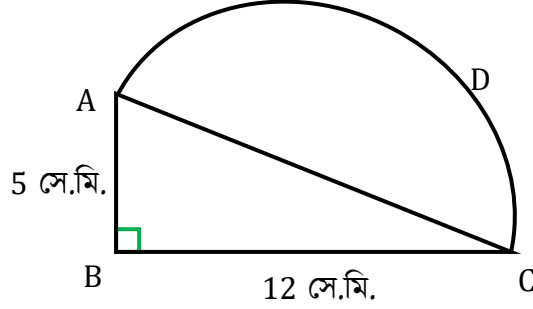
$\therefore BF = \frac{3\sqrt{231}}{10}$ সে.মি.

$\therefore$ ট্রাপিজিয়ামটির ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}(AB + CD)BF$

$= \frac{1}{2}(11 + 31) \times \frac{3\sqrt{231}}{10}$

$= \frac{1}{2} \times 42 \times \frac{3\sqrt{231}}{10}$

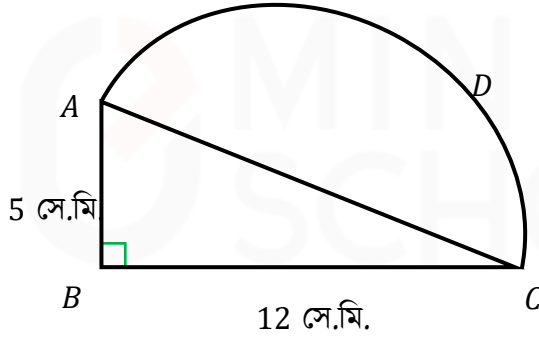
$= 95.75$ বর্গ সে.মি. (প্রায়) **(Ans)**

প্রশ্ন-৫। একটি সমবাহু ত্রিভুজের অভ্যন্তরস্থ একটি বিন্দু থেকে বাহু তিনটির উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 6 সে.মি., 7 সে.মি., 8 সে.মি. এবং একটি সুষম অষ্টভুজের কেন্দ্র থেকে কৌণিক বিন্দুর দূরত্ব 1.2 মিটার।

ক) উপরের চিত্রটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

খ) ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

গ) অষ্টভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান:

ক)

চিত্র অনুসারে, $AB^2 + BC^2 = AC^2$

বা, $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2}$

বা, $AC = \sqrt{5^2 + 12^2}$

$= 13$

ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times 5 \times 12 = 30$ বর্গ সে.মি.

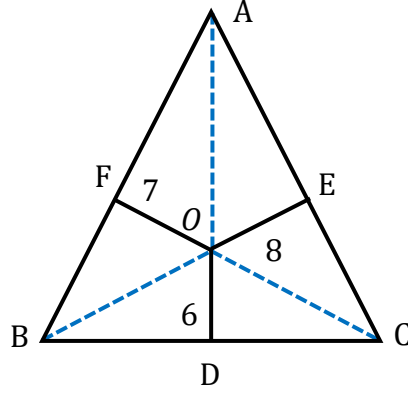
আবার, ADC অর্ধবৃত্তের ব্যাসার্ধ $= \frac{13}{2} = 6.5$ সে.মি.

$\therefore$ ADC অর্ধবৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times 3.1416 \times (6.5)^2$ বর্গ সে.মি.

$= 66.3663$ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ মোট ক্ষেত্রফল $= (30 + 66.3663)$ বর্গ সে.মি.

$= 96.3663$ বর্গ সে.মি. **(Ans)**

খ)

মনে করি, ΔABC-এ

$AB = BC = AC = a$

এর অভ্যন্তরস্থ O বিন্দু হতে $OF \perp AB, OD \perp BC, OE \perp AC$ আঁকি।

সুতরাং $OD = 6$ সে.মি., $OF = 7$ সে.মি., $OE = 8$ সে.মি.

$O, A; O, B$ এবং O, C যোগ করি।

এখন, Δ ক্ষেত্র $AOB = \frac{1}{2} \times AB \times OF$

$= \frac{1}{2} \times a \times 7$ বর্গ সে.মি.

Δ ক্ষেত্র $BOC = \frac{1}{2} \times BC \times OD$

$= \frac{1}{2} \times a \times 6$ বর্গ সে.মি.

Δ ক্ষেত্র $AOC = \frac{1}{2} \times AC \times OE$

$= \frac{1}{2} \times a \times 8$ বর্গ সে.মি.

Δ ক্ষেত্র $ABC = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ বর্গ সে.মি.

এখন, Δ ক্ষেত্র $ABC = \Delta$ ক্ষেত্র $AOB + \Delta$ ক্ষেত্র $BOC + \Delta$ ক্ষেত্র AOC

বা, $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{1}{2} \times a \times 7 + \frac{1}{2} \times a \times 6 + \frac{1}{2} \times a \times 8$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{a}{2}(7 + 6 + 8)$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} a = 7 + 6 + 8$ [উভয়পক্ষকে $\frac{2}{a}$ দ্বারা গুণ করে]

বা, $a = \frac{21\times2}{\sqrt{3}} = \frac{42}{\sqrt{3}} = \frac{42\sqrt{3}}{3} = 14\sqrt{3}$

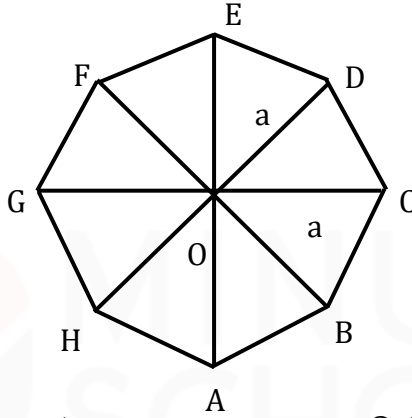
$\therefore a = 14\sqrt{3}$

$\therefore$ ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য 24.249 সে.মি. (প্রায়)

এবং ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

$= \frac{\sqrt{3}}{4}(24.249)^2$ বর্গ সে.মি.

$= 254.61$ বর্গ সে.মি. (প্রায়) **(Ans)**

গ)

মনে করি, $ABCDEFGH$ একটি সুষম অষ্টভুজ। এর কেন্দ্র O থেকে শীর্ষ বিন্দুগুলো যোগ করা হলো। ফলে 8 টি সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট ত্রিভুজ উৎপন্ন হয় এবং কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ 360°।

$\therefore \angle COD = \frac{360°}{8} = 45°$

মনে করি, কেন্দ্র O থেকে শীর্ষ বিন্দুগুলোর দূরত্ব $a = 1.2$ মিটার।

Δ ক্ষেত্র $COD = \frac{1}{2}.a.a.sin\angle COD$

$= \frac{1}{2}a^2 sin45°$ বর্গ মি.

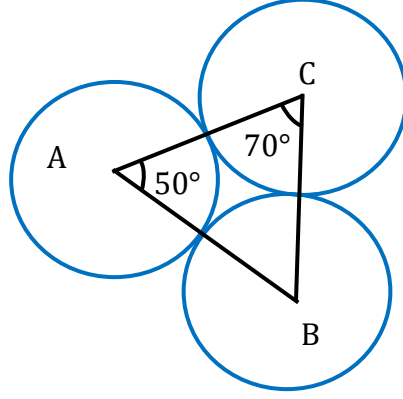
$= \frac{1}{2}\times(1.2)^2\times\frac{1}{\sqrt{2}}$ বর্গ মি.

$= \frac{1.44}{2\sqrt{2}}$ বর্গ মি.

$\therefore$ সুষম অষ্টভুজের ক্ষেত্রফল $= 8 \times \Delta$ ক্ষেত্র COD এর ক্ষেত্রফল

$= 8 \times \frac{1.44}{2\sqrt{2}}$ বর্গ মি.

$= 4.07$ বর্গ মি. **(Ans)**

প্রশ্ন-৬।

চিত্রে A কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ $2.2cm$, B কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ $2.3cm$ এবং C কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ $1.6cm$। $\angle A = 54°, \angle C = 70°$

ক) $\angle ABC =$ কত?

খ) বৃত্ত তিনটির ক্ষেত্রফলের সমষ্টি নির্ণয় কর।

গ) গাঢ় চিহ্নিত অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান:

ক) ΔABC এর জন্য,

$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

বা, $54° + \angle B + 70° = 180°$

বা, $\angle B = 180° - 54° - 70°$

$\therefore \angle ABC = 56°$ **(Ans)**

খ) A কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ $r_1 = 2.2$ সে.মি.

$\therefore$ A কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi {r_1}^2$

$= 3.1416 \times (2.2)^2$

$= 15.205$ বর্গ সে. মি.

B কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ $r_2 = 2.3$ সে.মি.

$\therefore$ B কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi {r_2}^2$

$= 3.1416 \times (2.3)^2$

$= 16.62$ বর্গ সে. মি.

আবার, C কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ $r_3 = 1.6$ সে.মি.

$\therefore$ C কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi {r_3}^2 = 3.1416 \times (1.6)^2$

$= 8.0425$ বর্গ সে. মি.

$\therefore$ বৃত্ত তিনটির ক্ষেত্রফলের সমষ্টি $= (15.205 + 16.62 + 8.0425)$ বর্গ সে.মি.

$= 39.8675$ বর্গ সে.মি. **(Ans)**

গ) ΔABC-এ

AC বাহুর দৈর্ঘ্য $= (r_1 + r_3)$

$= (2.2 + 1.6)$ সে.মি.

$= 3.8$ সে.মি.

BC বাহুর দৈর্ঘ্য $= (r_2 + r_3)$

$= (2.3 + 1.6)$ সে.মি.

$= 3.9$ সে.মি.

AB বাহুর দৈর্ঘ্য $= (r_1 + r_2)$

$= (2.2 + 2.3)$ সে.মি.

$= 4.5$ সে.মি.

$\therefore$ অর্ধপরিসীমা, $S = \frac{3.8+3.9+4.5}{2}$ সে.মি.

$= 6.1$ সে.মি.

$\therefore$ ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \sqrt{S(S-AB)(S-BC)(S-AC)}$

$= \sqrt{6.1(6.1-4.5)(6.1-3.9)(6.1-3.8)}$

$= \sqrt{6.1 \times 1.6 \times 2.2 \times 2.3}$

$= \sqrt{49.3856}$

$= 7.0275$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

এখন, ΔABC দ্বারা A কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্ত হতে কর্তিত বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল $= \frac{54°}{360°} \times \pi {r_1}^2$

$= \frac{54°}{360°} \times 3.1416 \times (2.2)^2$

$= 2.2808$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

একইভাবে, B কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্ত হতে কর্তিত বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল $= \frac{56°}{360°} \times \pi {r_2}^2$

$= \frac{56^\circ}{360^\circ} \times 3.1416 \times (2.3)^2$

$= 2.5852$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

এবং C কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্ত হতে কর্তিত বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল $= \frac{70^\circ}{360^\circ} \times \pi {r_3}^2$

$= \frac{70^\circ}{360^\circ} \times 3.1416 \times (1.6)^2$

$= 1.5638$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

$\therefore$ গাঢ় চিহ্নিত অংশের ক্ষেত্রফল $=$ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $-$ বৃত্তকলার অংশসমূহের ক্ষেত্রফলের সমষ্টি

$= 7.0275 - (2.2808 + 2.5852 + 1.5638)$

$= 7.0275 - 6.4298$

$= 0.5977$ বর্গ সে.মি. (প্রায়) **(Ans)**

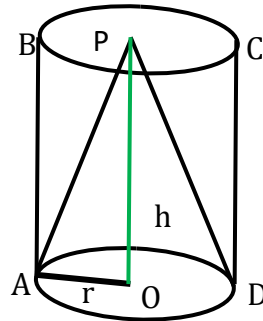
প্রশ্ন-৭। $ABCD$ একটি সমবৃত্তভূমিক বেলন এবং APD একটি সমবৃত্তভূমিক কোণক। এরা একই সমবৃত্ত AOD এর উপর অবস্থিত যার ব্যাসার্ধ $OA = r$। এদের একই উচ্চতা $OP = h$

ক) চিত্রটি আঁক।

খ) যদি তাদের বক্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত $4:3$ হয় তবে প্রমাণ কর যে, $r = \frac{\sqrt{5}}{2} h$

গ) যদি বেলন ও কোণকের আয়তন যথাক্রমে V ও v হয়,তবে প্রমাণ কর যে, $V : v = 3 : 1$

সমাধান:

ক)

চিত্রে $ABCD$ সমবৃত্তভূমিক বেলন এবং APD সমবৃত্তভূমিক কোণক একই ভূমি AOD এর উপর অবস্থিত যার ব্যাসার্ধ $OA = r$। তাদের উভয়ের একই উচ্চতা $OP = h$।

খ) $ABCD$ সমবৃত্তভূমিক বেলন এবং APD সমবৃত্তভূমিক কোণকের একই ভূমি AOD এর উপর অবস্থিত যার ব্যাসার্ধ $OA = r$। তাদের উভয়ের একই উচ্চতা $OP = h$।

$\therefore$ $ABCD$ বেলনের বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi rh$

আবার, APD কোণকের হেলানো উন্নতি, $l = \sqrt{h^2 + r^2}$

$\therefore$ কোণকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi rl = \pi r\sqrt{h^2 + r^2}$

শর্তমতে, $2\pi rh : \pi r\sqrt{h^2 + r^2} = 4 : 3$

বা, $\frac{2\pi rh}{\pi r\sqrt{h^2+r^2}} = \frac{4}{3}$

বা, $\frac{2h}{\sqrt{h^2+r^2}} = \frac{4}{3}$

বা, $\frac{h}{\sqrt{h^2+r^2}} = \frac{2}{3}$

বা, $3h = 2\sqrt{h^2 + r^2}$

বা, $(3h)^2 = \left(2\sqrt{h^2 + r^2}\right)^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $9h^2 = 4(h^2 + r^2)$

বা, $9h^2 = 4h^2 + 4r^2$

বা, $9h^2 - 4h^2 = 4r^2$

বা, $4r^2 = 5h^2$

বা, $r^2 = \frac{5}{4}h^2$

বা, $r = \sqrt{\frac{5}{4}h^2}$

$\therefore r = \frac{\sqrt{5}}{2}h$ **[প্রমাণিত]**

গ) এখানে,

$ABCD$ সমবৃত্তভূমিক বেলন এবং APD সমবৃত্তভূমিক কোণকের ভূমির ব্যাসার্ধ $OA = r$, উচ্চতা $OP = h$।

$ABCD$ বেলনের আয়তন $V =$ ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা

$= \pi r^2 \times h$ ঘন একক

$= \pi r^2 h$ ঘন একক

APD বেলনের আয়তন $v = \frac{1}{3} \times$ ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা

$= \frac{1}{3} \times \pi r^2 \times h$ ঘন একক

$= \frac{1}{3} \times \pi r^2 h$ ঘন একক

এখন, $\frac{V}{v} = \frac{\pi r^2 h}{\frac{1}{3}\pi r^2 h}$

বা, $\frac{V}{v} = \frac{1}{\frac{1}{3}}$

বা, $\frac{V}{v} = \frac{3}{1}$

$\therefore V : v = 3 : 1$ **[প্রমাণিত]**

প্রশ্ন-৮। অভির বাড়ির সামনে একটি আয়তাকার বাগান আছে যার দৈর্ঘ্য 60 মিটার এবং প্রস্থ 40 মিটার। বাগানের মাঝখানে সমান পাড়বিশিষ্ট একটি পুকুর খনন করা হলো যার ক্ষেত্রফল বাগানের ক্ষেত্রফলের এক-তৃতীয়াংশ। পুকুরের পরিসীমা একটি বর্গাকার ক্ষেত্রের পরিসীমার সমান।

ক) বাগানের ক্ষেত্রফল কত এয়র?

খ) পুকুরটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

গ) প্রতিটি 50 সে.মি. বর্গাকার পাথর দিয়ে বর্গক্ষেত্রটি বাঁধতে মোট কতটি পাথর লাগবে?

সমাধান:

ক) দেওয়া আছে, বাগানের দৈর্ঘ্য $= 60$ মিটার

এবং প্রস্থ $= 40$ মিটার

$\therefore$ বাগানের ক্ষেত্রফল $= (60 \times 40)$ বর্গ মিটার

$= 2400$ বর্গ মিটার

$= \frac{2400}{100}$ এয়র [1 এয়র $= 100$ বর্গ মি.]

$= 24$ এয়র **(Ans)**

খ)

দেয়া আছে, আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য $= 60$ মিটার এবং প্রস্থ $= 40$ মিটার।

$\therefore$ আয়তাকার বাগানের ক্ষেত্রফল $= (60 \times 40)$ বর্গমি.

$= 2400$ বর্গমি.

ধরি, বাগানের ভেতরের পুকুরের পাড়ের বিস্তার $= x$ মিটার

$\therefore$ পুকুরের দৈর্ঘ্য $= (60 - 2 \times x)$ মিটার

$= (60 - 2x)$ মিটার

পুকুরের প্রস্থ $= (40 - 2 \times x)$ মিটার

$= (40 - 2x)$ মিটার

$\therefore$ পুকুরের ক্ষেত্রফল $= (60 - 2x)(40 - 2x)$ বর্গমি.

প্রশ্নমতে, $(60 - 2x)(40 - 2x) = \frac{1}{3} \times 2400$

বা, $2400 - 120x - 80x + 4x^2 = 800$

বা, $4x^2 - 200x + 1600 = 0$

বা, $x^2 - 50x + 400 = 0$ [4 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $x^2 - 10x - 40x + 400 = 0$

বা, $x(x - 10) - 40(x - 10) = 0$

বা, $(x - 10)(x - 40) = 0$

বা, $x - 10 = 0$

$\therefore x = 10$

অথবা, $x - 40 = 0$

বা, $x = 40$ যা গ্রহণযোগ্য নয়, কেননা পুকুরের পাড়ের বিস্তার বাগানের প্রস্থের সমান হতে পারে না।

$\therefore$ পুকুর পাড়ের বিস্তার $= 10$ মিটার

$\therefore$ পুকুরের দৈর্ঘ্য $= (60 - 2 \times 10)$ মিটার

$= 40$ মিটার

পুকুরের প্রস্থ $= (40 - 2 \times 10)$ মিটার

$= 20$ মিটার **(Ans)**

গ) 'খ' হতে পাই,

পুকুরের দৈর্ঘ্য 40 মিটার এবং প্রস্থ 20 মিটার।

$\therefore$ পুকুরের পরিসীমা $= 2(40 + 20)$ মিটার

$= 2 \times 60$ মিটার

$= 120$ মিটার

$\therefore$ বর্গাকার ক্ষেত্রের পরিসীমা $= 120$ মিটার

$\therefore$ বর্গাকার ক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য $= \frac{120}{4}$ মিটার বা 30 মিটার

$\therefore$ বর্গাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= (30)^2$ বর্গ মিটার

$= 900$ বর্গ মিটার

বর্গাকার পাথরের বাহুর দৈর্ঘ্য $= 50$ সে.মি.

$= \frac{50}{100} = 0.5$ মিটার

$\therefore$ বর্গাকার পাথরের ক্ষেত্রফল $= (0.5)^2$ বর্গ মিটার

$= 0.25$ বর্গ মিটার

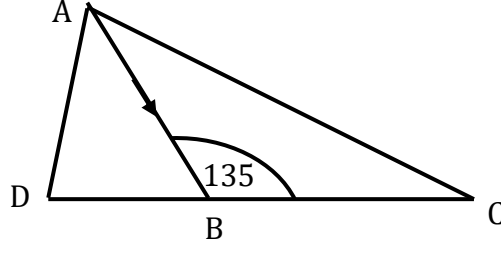
$\therefore$ পাথরের প্রয়োজন $= \frac{900}{0.25}$ টি $= 3600$ টি **(Ans)**

প্রশ্ন-৯। একটি নির্দিষ্ট স্থান থেকে দুইটি রাস্তা পরস্পর $135°$ কোণ করে দুই দিকে চলে গেছে। দুইজন লোক ঐ নির্দিষ্ট স্থান থেকে যথাক্রমে ঘন্টায় 7 কি.মি. ও 10 কি.মি. বেগে বিপরীতমুখে রওনা হলো।

ক) উদ্দীপকের তথ্যটি চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ কর এবং 5 ঘন্টা পর যাত্রা স্থান থেকে তাদের অতিক্রান্ত দূরত্ব কত?

খ) 5 ঘন্টা পর তাদের সরাসরি দূরত্ব নির্ণয় কর।

গ) যদি দুইজন পরস্পর সমকোণে যাত্রা শুরু করে তাহলে উক্ত সময়ে তাদের মধ্যবর্তী সরাসরি দূরত্ব নির্ণয় কর।

ক)

মনে করি, একটি নির্দিষ্ট স্থান B থেকে দুইটি রাস্তা পরস্পর $135°$ কোণ করে দুটি রাস্তা BA ও BC এর দিকে চলে গেছে। দুইজন লোক B স্থান হতে যথাক্রমে BA এর দিকে ঘন্টায় 7 কি.মি. ও BC এর দিকে ঘন্টায় 10 কি. মি. বেগে রওনা হলো।

$\therefore$ 5 ঘন্টা পর প্রথম লোকের অতিক্রান্ত দূরত্ব $BA = (7 \times 5) = 35$ কি.মি.

এবং দ্বিতীয় লোকের অতিক্রান্ত দূরত্ব $BC = (10 \times 5)$ বা 50 কি.মি. **(Ans)**

খ) 5 ঘন্টা পর তাদের সরাসরি দূরত্ব হবে $= AC$ কি.মি.

এখন, A হতে CB এর বর্ধিতাংশের উপর AD লম্ব অঙ্কন করি যা CB এর বর্ধিতাংশকে D বিন্দুতে ছেদ করে।

$\therefore \Delta ABD$ সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই, $sin\angle ABD = \frac{AD}{AB}$

বা, $sin45° = \frac{AD}{35}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{AD}{35}$

বা, $AD = \frac{35}{\sqrt{2}}$

বা, $AD = \frac{35\sqrt{2}}{2}$

$\therefore AD = 17.5\sqrt{2}$ কি.মি.

আবার, $tan\angle ABD = \frac{AD}{BD}$

বা, $tan45° = \frac{17.5\sqrt{2}}{BD}$ $[AD = 17.5\sqrt{2}]$

বা, $1 = \frac{17.5\sqrt{2}}{BD}$

$\therefore BD = 17.5\sqrt{2}$ কি.মি.

$\therefore CD = BC + BD = (50 + 17.5\sqrt{2})$ কি.মি.

এখন, ΔADC সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,

$AC^2 = AD^2 + CD^2$

বা, $AC^2 = (17.5\sqrt{2})^2 + (50 + 17.5\sqrt{2})^2$

বা, $AC^2 = 6199.87$

বা, $AC = \sqrt{6199.87}$

$= 78.74\ km$ **(Ans)**

গ) দুইজন যদি B স্থান থেকে পরস্পর সমকোণে BA ও BC এর দিকে যাত্রা শুরু করে তাদের সরাসরি দূরত্ব AC।

'খ' হতে পাই, $AB = 35\ km$

$BC = 50\ k$

$\therefore \angle ABC = 90°$

A
35 km
B
50 km
C

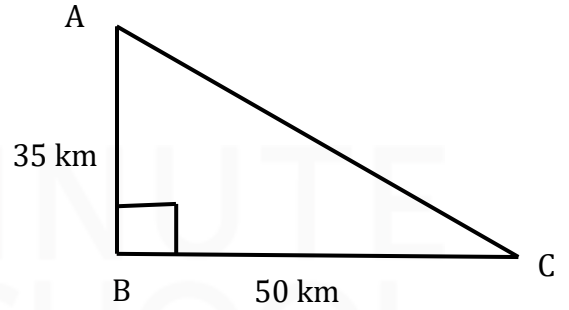
ΔABC সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,

$AC^2 = BC^2 + AB^2$

বা, $AC^2 = 35^2 + 50^2$

বা, $AC = \sqrt{3750}$

$\therefore AC = 61.033$

$\therefore$ দুইজন পরস্পর সমকোণে যাত্রা শুরু করলে 5 ঘন্টায় তাদের মধ্যকার সরাসরি দূরত্ব হবে 61.033 কি.মি. (প্রায়) **(Ans)**

প্রশ্ন-১০। একটি গাড়ির সামনের চাকার ব্যাস 28 সে.মি. এবং পিছনের চাকার ব্যাস 35 সে.মি.।

ক) চাকা দুইটির ক্ষেত্রফলের পার্থক্য নির্ণয় কর।

খ) 44 মিটার পথ যেতে সামনের চাকা পেছনের চাকা অপেক্ষা কত (পূর্ণ সংখ্যক) বার বেশি ঘুরবে।

গ) গাড়িটি প্রতি মিনিটে 50 মিটার বেগে 10 মিনিটে কোনো বৃত্তাকার পথ অতিক্রম করে। ঐ বৃত্তাকার ক্ষেত্রের ব্যাসার্ধ কত?

সমাধান:

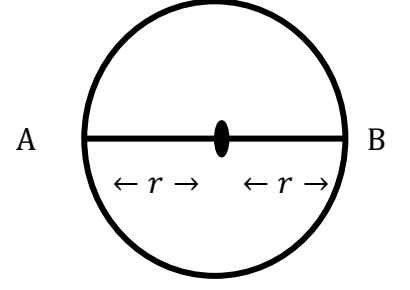
ক) গাড়ির সামনের চাকার ব্যাসার্ধ, $r_1 = \frac{28}{2} = 14$ সে.মি.

গাড়ির পেছনের চাকার ব্যাসার্ধ, $r_2 = \frac{35}{2} = 17.5$ সে.মি.

চাকা দুইটির ক্ষেত্রফলের পার্থক্য $= (\pi {r_2}^2 - \pi {r_1}^2)$ বর্গ একক

$= \pi({r_2}^2 - {r_1}^2)$ বর্গ একক

$= 3.1416 \times (17.5^2 - 14^2)$ বর্গ সে.মি.

$= 346.36$ বর্গ সে.মি. (প্রায়) **(Ans)**

খ) 44 মিটার = 4400 সে.মি.

4400 সে.মি. পথ যেতে গাড়ির সামনের চাকা ঘুরবে $= \frac{4400}{\text{সামনের চাকার পরিধি}}$

$= \frac{4400}{2\pi r_1} = \frac{4400}{2\times3.1416\times14}$

$= 50$ বার (প্রায়)

4400 সে.মি. পথ যেতে গাড়ির পেছনের চাকা ঘুরবে $= \frac{4400}{\text{পেছনেরচাকার পরিধি}}$

$= \frac{4400}{2\pi r_2} = \frac{4400}{2\times3.1416\times17.5}$

$= 40$ বার (প্রায়)

∴ সামনের চাকা পেছনের চাকা অপেক্ষা $(50 - 40)$

বা, 10 (পূর্ণ সংখ্যক) বার বেশি ঘুরবে। **(Ans)**

গ) মনে করি, O কেন্দ্র বিশিষ্ট একটি বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ r মিটার

∴ ব্যাস, $AB = 2r$ মিটার

গাড়িটি 1 মিনিটে যায় 50 মিটার

∴ গাড়িটি 10 মিনিটে যায় (50×10) মিটার

$= 500$ মিটার

ব্যাসার্ধ, r হলে পরিধি $= 2\pi r$

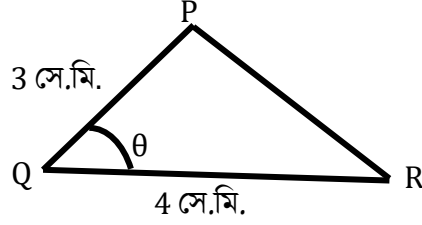
প্রশ্নমতে, $2\pi r = 500$

বা, $\pi r = 250$

$\therefore r = \frac{250}{3.1416} = 79.58$ মিটার (প্রায়)

∴ বৃত্তাকার ক্ষেত্রের ব্যাসার্ধ $r = 79.58$ মিটার (প্রায়) **(Ans)**

বহুনির্বাচনী (MCQ)

১.

চিত্রে ত্রিভুজ PQR এর ক্ষেত্রফল 3 বর্গ সে.মি. হলে θ = কত?

(ক) 90° (খ) 60° (গ) 45° (ঘ) 30° উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা: ΔPQR এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times PQ \times QR \times sin\theta$

প্রশ্নমতে, $\frac{1}{2} \times PQ \times QR \times sin\theta = 3$

বা, $\frac{1}{2} \times 3 \times 4 \times sin\theta = 3$

বা, $12 \times sin\theta = 6$

বা, $sin\theta = \frac{1}{2}$

বা, $sin\theta = \sin 30°$

$\therefore \theta = 30°$

২. সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য ৪ সে.মি. হলে এর উচ্চতা কত?

(ক) $2\sqrt{3}$ (খ) $4\sqrt{3}$ (গ) $16\sqrt{3}$ (ঘ) $32\sqrt{3}$ উত্তর: খ

ব্যাখ্যা: সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রে প্রতিটি বাহু পরস্পর সমান। অর্থাৎ, ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রে সকল বাহুর দৈর্ঘ্য a.

এখন, $AD \perp BC$ অঙ্কন করলে AD হবে ত্রিভুজটির উচ্চতা।

যেহেতু, সমবাহু ত্রিভুজের কোনো শীর্ষবিন্দু হতে অপর বাহুর উপর অঙ্কিত লম্ব ঐ বাহুটিকে সমদ্বিখণ্ডিত করে তাই,

$BD = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} a$

এখন, সমকোণী ত্রিভুজ ABD তে

পিথাগোরাসের উপপাদ্য প্রয়োগ করে পাই,

$AB^2 = AD^2 + BD^2$

বা, $AD^2 = AB2 - BD2$

বা, $AD = \sqrt{AB2 - BD^2}$

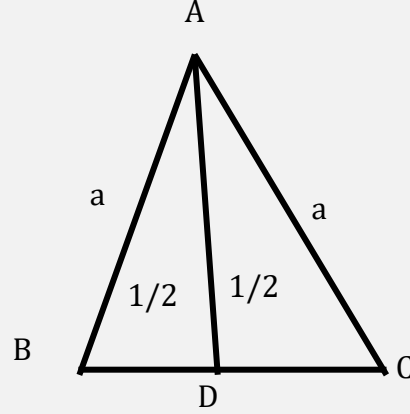
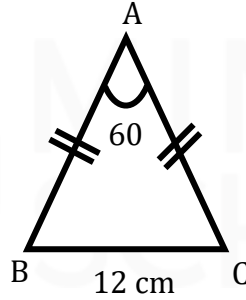
বা, $AD = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$

বা,$AD = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}}$

বা,$AD = \sqrt{\frac{3}{4}a^2}$

বা,$AD = \frac{\sqrt{3}}{2}\ a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 8 = 4\sqrt{3}$

$\therefore$ উচ্চতা $AD = 4\sqrt{3}$সে.মি.

৩.

উপরের চিত্রে ΔABC এর-

i) ক্ষেত্রফল $= 36\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি.

ii) $\angle ABC = 65°$

iii) $AB + BC + CA = 36$ সে.মি.

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i, ii (খ) i, iii (গ) ii, iii (ঘ) i, ii ও iii উত্তর: খ

ব্যাখ্যা: এখানে, $AB = AC$

$\therefore \angle ACB = \angle ABC$ [$\because$ যদি ত্রিভুজের দুই বাহু পরস্পর সমান হয় তবে এদের বিপরীত কোণ দুটিও সমান।]

এখন, $\angle ACB + \angle ABC + \angle BAC = 180°$ [$\because$ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি = 180°]

বা, $\angle ACB + \angle ABC = 180° - 60°$ [চিত্র হতে $\angle BAC = 60°$]

বা, $\angle ACB + \angle ABC = 120°$

বা, $\angle ABC + \angle ABC = 120°$ $[\because \angle ACB = \angle ABC]$

বা, $2\angle ABC = 120°$

$\therefore \angle ABC = 60°$

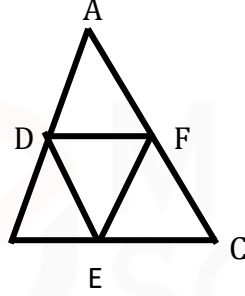
$\therefore \angle ABC = \angle ACB = \angle BAC = 60°$

এখন, ত্রিভুজের তিনটি কোণ পরস্পর সমান বলে এদের বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান হবে।

$\therefore AC = AB = BC = 12cm$ অর্থাৎ, এটি একটি সমবাহু ত্রিভুজ।

$\therefore$ সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}12^2 = 36\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি.

এবং $AB + BC + CA = 12 + 12 + 12 = 36$ সে.মি.

নিচের তথ্যের আলোকে ৪ ও ৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

ΔABC এর $AB = BC = CA = 3$ সে.মি. এবং D, E ও F যথাক্রমে AB, BC ও CA বাহুর মধ্যবিন্দু।

৪. ΔDEF এর ক্ষেত্রফল কত?

(ক) 3.9 বর্গ সে.মি. (খ) 0.975 বর্গ সে.মি. (গ) 0.75 বর্গ সে.মি. (ঘ) 0.49 বর্গ সে.মি. উত্তর: খ

ব্যাখ্যা: ΔABC সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}3^2 = \frac{9\sqrt{3}}{4}$

$\therefore \Delta DEF$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{\text{ক্ষেত্রফল } ABC}{4} = \frac{1}{4}.\frac{9\sqrt{3}}{4} = 0.975$

৫. ΔABC এর প্রতিসাম্য রেখার সংখ্যা কয়টি?

(ক) 9 (খ) 6 (গ) 3 (ঘ) 0 উত্তর: গ

৬) একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ দ্বিগুণ করলে এর ক্ষেত্রফল কতগুণ বাড়বে?

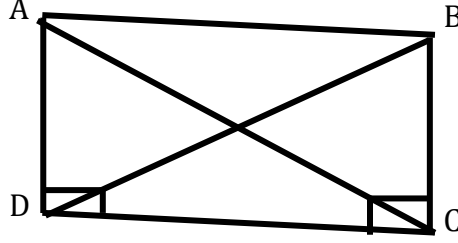
(ক) 9 গুণ (খ) 8 গুণ (গ) 4 গুণ (ঘ) 3 গুণ উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা: আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে x ও y হলে ক্ষেত্রফল $= xy$ বর্গ একক

দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ দ্বিগুণ করলে হয় $2x$ ও $2y$, ফলে ক্ষেত্রফল $= 4xy$ বর্গ একক

∴ ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি $= 4xy - xy = 3xy$

∴ ক্ষেত্রফল 3 গুণ বাড়বে।

৭.

চিত্রে, $AC = 5$ একক, $AB = 4$ একক

$ABCD$ এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?

(ক) 10 (খ) 12 (গ) 18 (ঘ) 20 উত্তর: খ

ব্যাখ্যা: ΔABC এ $AC^2 = AB^2 + BC^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

বা, $BC^2 = AC^2 - AB^2$

$= 5^2 - 4^2$ [$\because AC = 5$ একক, $AB = 4$ একক]

$= 25 - 16 = 9$

∴ $BC = 3$ একক।

আমরা জানি, চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল $=$ দৈর্ঘ্য $\times$ প্রস্থ

∴ $ABCD$ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= AB \times BC$

$= 4 \times 3 = 12$ বর্গ একক

৮) বর্গক্ষেত্র ও তার কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত?

(ক) $2:1$ (খ) $1:2$ (গ) $1;4$ (ঘ) $4:1$ উত্তর: খ

ব্যাখ্যা: ধরি, $ABCD$ বর্গক্ষেত্রের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্য $= a$ একক

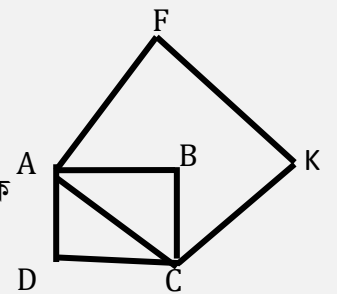
∴ $ABCD$ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= a^2$ বর্গ একক

আবার,

$ABCD$ বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য $= a\sqrt{2}$ একক

∴ AC কর্ণের উপর অঙ্কিত $ACEF$ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \left(a\sqrt{2}\right)^2$ বর্গ একক

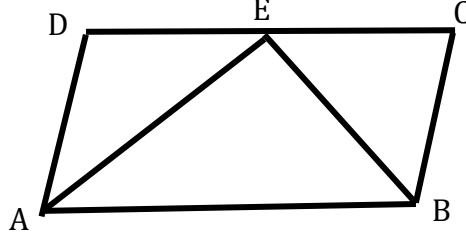
$= 2a^2$ বর্গ একক

∴ বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের অনুপাত $= \frac{a^2}{2a^2} = \frac{1}{2} = 1:2$

৯) $BC = 2BD$ হলে BD এর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র BC এর ওপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের কতগুণ?

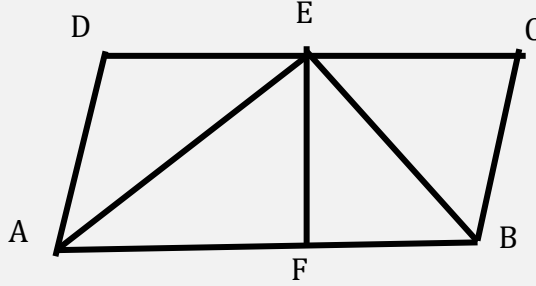
(ক) চারগুণ (খ) দ্বিগুণ (গ) এক চতুর্থাংশ (ঘ) এক অষ্টমাংশ উত্তর: ক

ব্যাখ্যা: BD এর ওপর অঙ্কিত বর্গের ক্ষেত্রফল $= BD^2$

BC এর ওপর অঙ্কিত বর্গের ক্ষেত্রফল $= BC^2 = (2BD)^2 = 4BD^2$

১০.

$ABCD$ সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল 120 বর্গ মি.। ΔABE এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ মি.?

(ক) 40 (খ) 60 (গ) 90 (ঘ) 120 উত্তর: খ

ব্যাখ্যা: E বিন্দু হতে AB এর উপর EF লম্ব আঁকি।

তাহলে EF হবে ΔAEB ও $ABCD$ সামান্তরিকের উচ্চতা।

$\therefore$ $ABCD$ সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল $=$ ভূমি $\times$ উচ্চতা $= AB \times EF$

প্রশ্নমতে, $AB \times EF = 120$

$\therefore$ ABE ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা $= \frac{1}{2} \times AB \times EF = \frac{1}{2} \times 120 = 60$ বর্গ মি.

১১) n বাহু দ্বারা গঠিত সুষম বহুভুজের প্রত্যেকটি কোণের পরিমাণ কত?

(ক) $\frac{180°(n-2)}{n}$ (খ) $\frac{180°(n+2)}{n}$ (গ) $\frac{90°(n-2)}{n}$ (ঘ) $\frac{90°(n+2)}{n}$ উত্তর: ক

ব্যাখ্যা: n বাহু দ্বারা গঠিত সুষম বহুভুজের প্রত্যেকটি কোণের পরিমাণ,

$2\theta = 180° - \frac{360°}{n} = \frac{180°n - 360°}{n} = \frac{180°(n-2)}{n}$

১২) সুষম পঞ্চভুজের একটি শীর্ষকোণ কত ডিগ্রি?

(ক) 106° (খ) 108° (গ) 110° (ঘ) 120° উত্তর: খ

১৩) সম উচ্চতার ΔABC এর ভূমি BC এর অর্ধেকের উপর অঙ্কিত সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল-

i) ত্রিভুজ ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফলের সমান।

ii) ত্রিভুজ ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফলের অর্ধেক।

iii) ত্রিভুজ ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণ।

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i, ii (খ) i, iii (গ) ii, iii (ঘ) i, ii ও iii উত্তর:

ব্যাখ্যা: চিত্রে h উচ্চতায় ABC ত্রিভুজের ভূমির অর্ধেকের উপর অঙ্কিত h উচ্চতা বিশিষ্ট সামান্তরিক $DCEF$

ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা

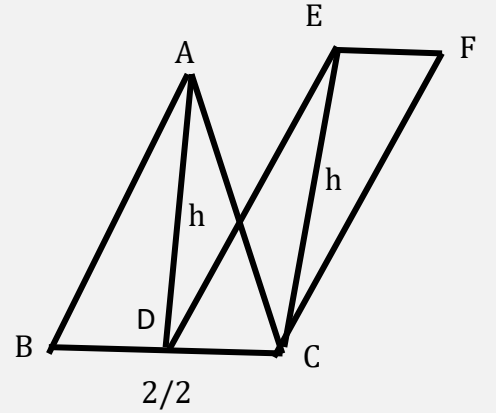
$= \frac{1}{2} \times BC \times AD$

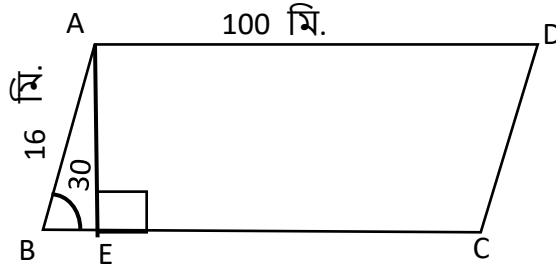
$= \frac{1}{2} \times a \times h$

$= \frac{1}{2} ah$ বর্গ একক

$DCEF$ সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল $=$ ভূমি $\times$ উচ্চতা

$= DC \times FC$

$= \frac{a}{2} \times h = \frac{1}{2} ah$ বর্গএকক।

প্রশ্নটি ত্রুটিপূর্ণ। সঠিক উত্তর হবে শুধু i.

১৪)

চিত্রে $ABCD$ সামান্তরিক হলে-

i) $BE = 8\sqrt{3}$ মিটার

ii) $ABCD$ এর ক্ষেত্রফল 800 বর্গমিটার

iii) Δ ক্ষেত্র $ABE = 64\sqrt{3}$ বর্গমিটার

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i, ii (খ) i, iii (গ) ii, iii (ঘ) i, ii ও iii উত্তর: ক

ব্যাখ্যা: (i) $cos30° = \frac{ভূমি}{অতিভুজ}$

এখানে, $AD = BC = 100$ মি. এবং $AB = CD = 16$ মি.

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{BE}{AB} = \frac{BE}{16}$

$\therefore BE = \frac{16\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3}$ মিটার

(ii) ABE সমকোণী ত্রিভুজে, পিথাগোরাসের উপপাদ্য প্রয়োগ করে পাই, ভূমি^{২} + লম্ব^২ = অতিভুজ^২

বা, $AE^2 + BE^2 = AB^2$

বা, $AE^2 = AB^2 - BE^2$

বা, $AE = \sqrt{AB^2 - BE^2}$

বা, $AE = \sqrt{(16)^2 - (8\sqrt{3})^2}$

বা, $AE = \sqrt{256 - 192}$

বা, $AE = \sqrt{64} = 8$

$\therefore ABCD$ সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল $=$ ভূমি $\times$ উচ্চতা $= BC \times AE = (100 \times 8) = 800$ বর্গমি.

(iii) ΔABE এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times AE \times BE = \frac{1}{2} \times 8 \times 8\sqrt{3} = \frac{1}{2} \times 64\sqrt{3} = 32\sqrt{3}$ বর্গমিটার।

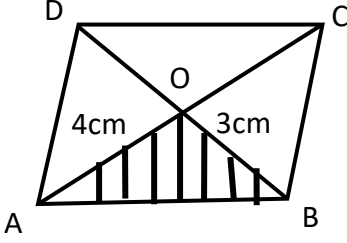
অন্যভাবে, ΔABE এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times AE \times BE \times sin\angle ABE$

$= \frac{1}{2} \times 16 \times 8\sqrt{3} \times sin30°$

$= \frac{1}{2} \times 64\sqrt{3}$

$= 32\sqrt{3}$ বর্গমিটার।

অতএব, প্রশ্নটির সঠিক উত্তর (ক) i ও ii

নিচের তথ্যের আলোকে ১৫ ও ১৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

১৫) $ABCD$ রম্বস এর ΔAOB এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?

(ক) 6 (খ) 12 (গ) 4 (ঘ) 3 উত্তর: ক

ব্যাখ্যা:আমরা জানি, রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পর কে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে। চিত্রে AB ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত হয়েছে।

অর্থাৎ, সমকোণী ΔAOB এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ভূমি $\times$ উচ্চতা

$= \frac{1}{2} \times AO \times BO$

$= \frac{1}{2} \times 4 \times 3$ বর্গ সে.মি.

$= 6$ বর্গ সে.মি.

১৬) $ABCD$ রম্বসের পরিসীমা কত মিটার?

(ক) 20 (খ) 0.2 (গ) 16 (ঘ) 0.16 উত্তর: খ

ব্যাখ্যা: ΔAOB এ পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে, ভূমি২ + লম্ব২ = অতিভুজ২

বা, $AB^2 = AO^2 + BO^2$

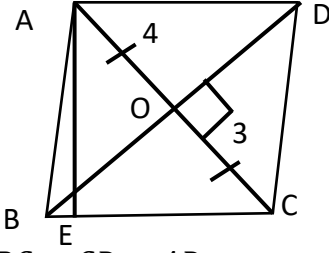
বা, $AB^2 = 4^2 + 3^2$

$\therefore AB = \sqrt{16+9} = 5$

যেহেতু রম্বসের চার বাহু সমান।

$\therefore AB = BC = CD = AD = 5$ সে.মি.

$\therefore$ রম্বসের পরিসীমা $= 4 \times$ এক বাহুর দৈর্ঘ্য $= (4 \times 5)$ সে.মি. $= 20$ সে.মি. $= \frac{20}{100}$ মি. $= 0.2$ মি.

নিচের তথ্যের আলোকে ১৭-১৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

চিত্রে $AB = BC = CD = AD$

১৭) ΔAOD এর ক্ষেত্রফল কোনটি?

(ক) 14 বর্গ একক (খ) 12 বর্গ একক (গ) 7 বর্গ একক (ঘ) 6 বর্গ একক উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা: দেওয়া আছে, $OA = OC = 3$ একক

এখন, $OD \perp AC$ হলে ΔAOD সমকোণী ত্রিভুজ।

$\therefore \Delta AOD$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times OA \times OD$

$= \frac{1}{2} \times 3 \times 4$ বর্গ একক

$= 6$ বর্গ একক

১৮) $ABCD$ চতুর্ভুজের পরিসীমা কোনটি?

(ক) 12 একক (খ) 14 একক (গ) 20 একক (ঘ) 28 একক উত্তর: গ

ব্যাখ্যা: সমকোণী ΔCOD- এ পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে পাই,

$CD^2 = OD^2 + OC^2$

$\therefore CD = \sqrt{4^2+3^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$ একক

$\therefore ABCD$ চতুর্ভুজের পরিসীমা $= AB + BC + CD + AD$

$= (5 + 5 + 5 + 5)$ একক $[\because AB = BC = CD = AD]$

$= 20$ একক

১৯) $AE \perp BC$ হলে AE এর দৈর্ঘ্য কত?

(ক) 2.4 একক (খ) 4.8 একক (গ) 9.6 একক (ঘ) 7 একক উত্তর: খ

ব্যাখ্যা: $ABCD$ রম্বসের AC কর্ণ একে ABC ও ADC ত্রিভুজক্ষেত্রে বিভক্ত করে।

$\therefore \Delta$ ক্ষেত্র $ABC = \Delta$ ক্ষেত্র ADC

বা, $\frac{1}{2} \times AE \times BC = \frac{1}{2} \times AC \times OD$

বা, $AE \times 5 = (3 + 3) \times 4$

বা, $AE \times 5 = 6 \times 4$

বা, $AE = \frac{24}{5}$

$\therefore AE = 4.8$ একক

২০) একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ 4 সে.মি. হলে এর এক চতুর্থাংশের ক্ষেত্রফল কত?

(ক) 2π বর্গ সে.মি. (খ) 3π বর্গ সে.মি. (গ) 4π বর্গ সে.মি. (ঘ) 5π বর্গ সে.মি. উত্তর: গ

ব্যাখ্যা: এখানে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ $= 4$ সে.মি.

$\therefore$ বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2 = \pi(4)^2 = 16\pi$ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ এক চতুর্থাংশের ক্ষেত্রফল $= \frac{16\pi}{4} = 4\pi$ বর্গ সে.মি.

২১) একটি অর্ধবৃত্তের ক্ষেত্রফল $= 25.135$ বর্গসে.মি. হলে, এর ব্যাসার্ধ কত?

(ক) 4 সে.মি. (খ) 3 সে.মি. (গ) 2 সে.মি. (ঘ) 1 সে.মি. উত্তর: ক

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, ব্যাসার্ধ π হলে,

অর্ধবৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\pi r^2$

প্রশ্নমতে, $\frac{1}{2}\pi r^2 = 25.135$

বা, $\pi r^2 = 50.27$

বা, $r^2 = 16$

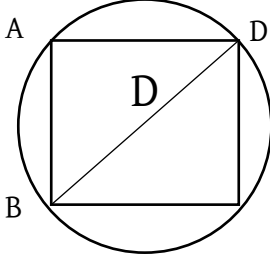
$\therefore r = 4$ সে.মি.

২২) একটি সাইকেলের চাকার ব্যাসার্ধ 30 সে.মি. হলে এক আবর্তনে সাইকেলটি কত সে.মি. দূরত্ব অতিক্রম করবে?

(ক) 20π (খ) 30π (গ) 50π (ঘ) 60π উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা: চাকাটির এক আবর্তন এর পরিধির সমান দূরত্ব অতিক্রম করবে।

এখানে পরিধি $= 2\pi r = 2 \times \pi \times 30 = 60\pi$ সে.মি.

২৩)

চিত্রের বৃত্তের পরিধি 440 মিটার হলে, বৃত্তস্থ বর্গের কর্ণের দৈর্ঘ্য কত?

(ক) 70 মি. (প্রায়) (খ) 100 মি. (প্রায়) (গ) 140 মি. (প্রায়) (ঘ) 280 মি. (প্রায়) উত্তর: গ

ব্যাখ্যা: পরিধি $= 440$ মিটার $= 2\pi r$

বৃত্তটির ব্যাসার্ধ $r = \frac{440}{2\pi} = 70$ মিটার (প্রায়)

বৃত্তের অন্তর্লিখিত বর্গের কর্ণের দৈর্ঘ্য হলো বৃত্তটির ব্যাসের সমান।

$\therefore$ বর্গের কর্ণের দৈর্ঘ্য $=$ বৃত্তটির ব্যাস $= 2 \times r = 2 \times 70 = 140$ মিটার (প্রায়)

২৪) একটি চাপ ও চাপের প্রান্তবিন্দু সংশ্লিষ্ট ব্যাসার্ধ দ্বারা বেষ্টিত ক্ষেত্রকে কী বলে?

(ক) বৃত্তচাপ (খ) সীমারেখা (গ) বৃত্তকলা (ঘ) বৃত্তাংশ উত্তর: গ

ব্যাখ্যা: বৃত্তচাপ ও চাপের প্রান্তবিন্দু সংশ্লিষ্ট ব্যাসার্ধ দ্বারা বেষ্টিত ক্ষেত্রকে বৃত্তকলা বলে।

২৫) একটি বৃত্তের ব্যাস $4cm$ এবং ব্যাস ভিন্ন জ্যা 2 সে.মি. হলে এর-

i) ক্ষেত্রফল 16π বর্গসে.মি.

ii) পরিধি 8π সে.মি.

iii) কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন জ্যা এর উপর অংকিত লম্বের দৈর্ঘ্য $\sqrt{3}$ সে.মি.

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i, ii (খ) i, iii (গ) iii (ঘ) i, ii ও iii উত্তর: গ

ব্যাখ্যা: এখানে, বৃত্তের ব্যাস $= 4$ সে.মি.

$\therefore$ বৃত্তের ব্যাসার্ধ, $\mathrm{r} = \frac{\text{বৃত্তের ব্যাস}}{2} = \frac{4}{2}$ সে.মি. $= 2$ সে.মি.

- আমরা জানি, বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2 = \pi \times (2)^2 = 4\pi$ বর্গসে.মি.
- আবার, বৃত্তের পরিধি $= 2\pi r = 2\pi \times 2 = 4\pi$ সে.মি.

➢ বৃত্তের কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন কোনো জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব ঐ জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

দেওয়া আছে, BC = বৃত্তের ব্যাস ভিন্ন জ্যা = 2 সে.মি.

$\therefore AB = AC = \frac{2}{2} = 1$ সে.মি.

এবং $OB = r = 2$ সে.মি.

ধরি, BC এর উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য $= x$

$\therefore \Delta AOB$ এ পিথাগোরাসের উপপাদ্য প্রয়োগ করে পাই,

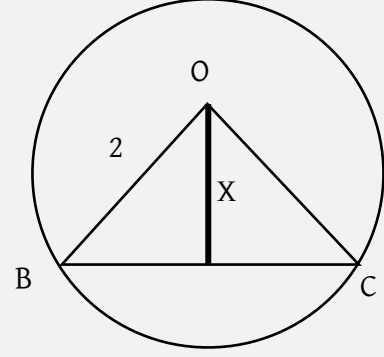
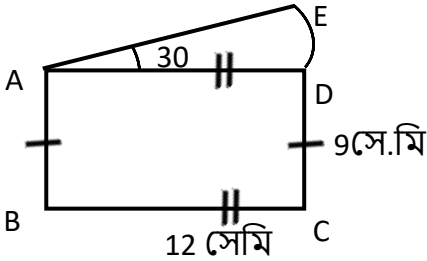
$OB^2 = OA^2 + AB^2$

বা, $2^2 = x^2 + 1^2$

বা, $x^2 = 4 - 1$

বা, $x^2 = 3$

$\therefore x = \sqrt{3}$

$\therefore$ ব্যাস ভিন্ন জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য $\sqrt{3}$ সে.মি.

নিচের তথ্যের আলোকে ২৬ ও ২৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

২৬) DE বৃত্তচাপটির দৈর্ঘ্য কত?

(ক) 6.28 সে.মি. (প্রায়) (খ) 7.28 সে. মি. (প্রায়)

(গ) 8.38 সে. মি. (প্রায়) (ঘ) 9.38 সে. মি. (প্রায়) উত্তর: গ

ব্যাখ্যা: এখানে বৃত্তচাপটির ব্যাসার্ধ, $r = AD = 12$ সে.মি.

$\therefore$ বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য, $S = \frac{\pi r\theta}{180°} = \frac{3.1416\times12\times30°}{180°}$

$= 6.28$ সে.মি. (প্রায়)

২৭) সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি. (প্রায়)?

(ক) 125.7 বর্গ সে.মি. (প্রায়) (খ) 135.7 বর্গ সে.মি. (প্রায়)

(গ) 145.7 বর্গ সে.মি. (প্রায়) (ঘ) 155.7 বর্গ সে.মি. (প্রায়) উত্তর: গ

ব্যাখ্যা: আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $=$ দৈর্ঘ্য $\times$ প্রস্থ

$= BC \times CD$

$= 12 \times 9 = 108$ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ বৃত্তাংশটির ক্ষেত্রফল $= \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$ বর্গএকক

$= \frac{30^\circ}{360^\circ} \times 3.1416 \times 12^2$

$= 37.7$ বর্গসে.মি.

সম্পূর্ণ ক্ষেত্রফল $=$ বৃত্তাংশের ক্ষেত্রফল $+$ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$= (108 + 37.7)$ বর্গ সে.মি.

$= 145.7$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

২৮) একটি কাঠের বাক্সের দৈর্ঘ্য 5 সে.মি., প্রস্থ 4 সে.মি. ও আয়তন 40 ঘন সে.মি. হলে উচ্চতা কত সে.মি.?

(ক) 8 (খ) 4 (গ) 6 (ঘ) 2 উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা: বাক্সের আয়তন $=$ দৈর্ঘ্য $\times$ প্রস্থ $\times$ উচ্চতা $= 40$

বা, $5 \times 4 \times$ উচ্চতা $= 40$

$\therefore$ উচ্চতা $= 2$ সে.মি.

২৯) কোনো সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য 2 সে.মি. হলে, সুষম চতুস্তলক এর ক্ষেত্রফল কত হবে?

(ক) $4\sqrt{3}$ (খ) $\sqrt{3}$ (গ) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (ঘ) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ উত্তর: ক

ব্যাখ্যা: সুষম চতুস্তলকের ক্ষেত্রফল

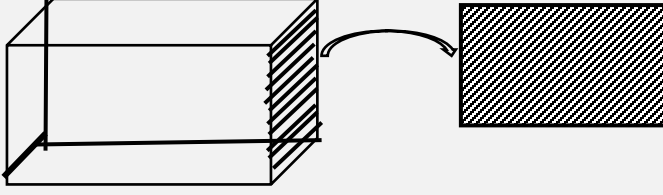
$= 4 \times$ যেকোন এক পার্শ্বের ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$= 4 \times \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ [$\because$ সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$]

$= 4 \times \frac{\sqrt{3}}{4} . 2^2$ বর্গ সে.মি. $= 4\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি.

৩০) একটি ঘনকের এক পৃষ্ঠের কর্ণের দৈর্ঘ্য $8\sqrt{2}$ সে.মি.। ঘনকটির কর্ণ কত সে.মি.?

(ক) $\frac{8}{\sqrt{3}}$ (খ) $\frac{8}{\sqrt{2}}$ (গ) $8\sqrt{3}$ (ঘ) 24 উত্তর: গ

ব্যাখ্যা:

দেওয়া আছে, একটি ঘনকের পৃষ্ঠের কর্ণের দৈর্ঘ্য $= 8\sqrt{2}$ সে.মি.

অর্থাৎ, বর্গাকৃতির পৃষ্ঠের কর্ণের দৈর্ঘ্য $= 8\sqrt{2}$ সে.মি.

আমরা জানি, বর্গের কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{2} \times a$

$\therefore \sqrt{2}a = 8\sqrt{2}$

$\therefore a = 8$ সে.মি.

$\therefore$ ঘনকটির বাহুর দৈর্ঘ্য 8 সে.মি.

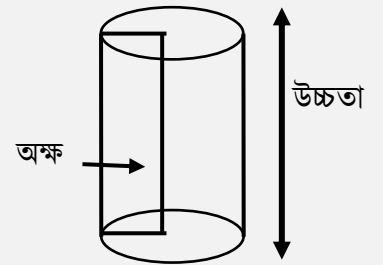
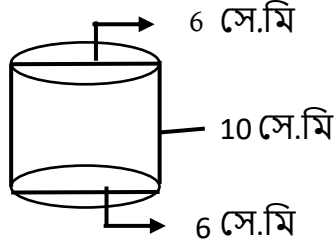
অর্থাৎ, ঘনকটির কর্ণের দৈর্ঘ্য $8\sqrt{3}$ সে.মি.

[ঘনকের বাহুর দৈর্ঘ্য a একক হলে, ঘনকটির কর্ণের দৈর্ঘ্য $\sqrt{3}a$]

৩১) আয়তক্ষেত্রের অক্ষের সমান্তরালে ঘূর্ণায়মান বাহুটি বেলনের-

(ক) উৎপাদক রেখা (খ) অক্ষ (গ) বক্রতল (ঘ) ব্যাসার্ধ উত্তর: ক

ব্যাখ্যা: কোনো আয়তক্ষেত্রের যে কোনো বাহুকে অক্ষ ধরে আয়তক্ষেত্রটিকে ঐ বাহুর চতুর্দিকে ঘোরালে যে ঘনবস্তু সৃষ্টি হয়, তাকে সমবৃত্তভূমিক বেলন বা সিলিন্ডার বলে।

সমবৃত্তভূমিক বেলনের দুটি প্রান্তকে বৃত্তাকার তল, বক্রতলকে বক্রপৃষ্ঠ এবং সমতলকে পৃষ্ঠতল বলা হয়। আয়তক্ষেত্রের অক্ষের সমান্তরাল ঘূর্ণায়মান বাহুটিকে বেলনের সৃজক বা উৎপাদক রেখা বলে।

৩২)

উপরের চিত্রে ঘনবস্তুটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?

(ক) 28.27 (প্রায়) (খ) 56.27 (প্রায়) (গ) 188.5 (প্রায়) (ঘ) 282.7 (প্রায়) উত্তর: গ

ব্যাখ্যা:ঘনবস্তুটি একটি সিলিন্ডার যার ব্যাস $= 6$ সে.মি.

$\therefore$ ব্যাসার্ধ, $r = \frac{6}{2}$ সে.মি. $= 3$ সে.মি.

এবং উচ্চতা, $h = 10$ সে.মি.

$\therefore$ ঘনবস্তুটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi rh$ বর্গ একক

$= (2\pi \times 3 \times 10)$ বর্গ সে.মি.

$= 188.49$ বর্গ সে.মি.

$= 188.49$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

৩৩) 13 সে.মি. উচ্চতাবিশিষ্ট বেলনের ভূমির ব্যাসার্ধ 6 সে.মি. হলে-

i) ভূমির ক্ষেত্রফল 113.10 বর্গ সে.মি.

ii) পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল 490.09 বর্গ সে.মি.

iii) আয়তন 1470.27 ঘন সে.মি.

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i, ii (খ) i, iii (গ) iii (ঘ) i, ii ও iii উত্তর: খ

ব্যাখ্যা:এখানে,

বেলনের উচ্চতা, $h = 13$ সে.মি.

ও ভূমির ব্যাসার্ধ, $r = 6$ সে.মি.

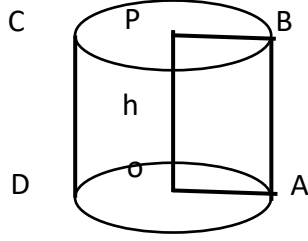
- ভূমির ক্ষেত্রফল $= \pi r^2 = 3.1416 \times 6^2 = 113.10$ বর্গ সে.মি.
- পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi r(h + r)$

$= \{2 \times 3.1416 \times 6 \times (13 + 6)\}$ বর্গ সে.মি.

$= 716.2848$ বর্গ সে.মি.

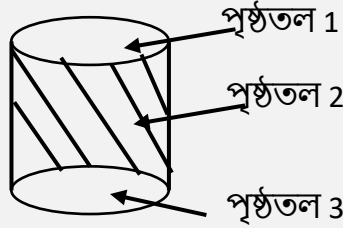
➤ আয়তন $= \pi r^2 h$

$= 3.1416 \times 6^2 \times 13 = 1470$ ঘন সে.মি.

নিচের তথ্যের আলোকে ৩৪ ও ৩৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$ABCD$ একটি সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডার। O ভূমির কেন্দ্র, ভূমির ব্যাসার্ধ r একক এবং উচ্চতা h একক।

৩৪) সিলিন্ডারটির কয়টি পৃষ্ঠতল আছে?

(ক) 1 (খ) 2 (গ) 3 (ঘ) 4 উত্তর: গ

ব্যাখ্যা:

৩৫) সিলিন্ডারটির সমগ্র পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?

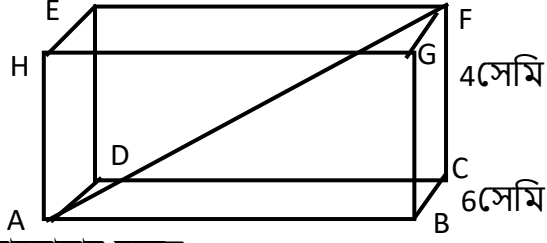
(ক) πr^2 (খ) $2\pi rh$ (গ) $\pi r(r+h)$ (ঘ) $2\pi r(r+h)$ উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা: সমগ্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $=$ পৃষ্ঠতল $1 +$ পৃষ্ঠতল $3 +$ পৃষ্ঠতল 2

$= \pi r^2 + \pi r^2 + 2\pi r \times h$

$= 2\pi r^2 + 2\pi rh$

$= 2\pi r(r+h)$

নিচের তথ্যের আলোকে ৩৬ ও ৩৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

চিত্রে $ABCDEFGH$ একটি আয়তাকার ঘনবস্তু।

৩৬) আয়তন কত ঘন সে.মি.?

(ক) 104 (খ) 144 (গ) 192 (ঘ) 208 উত্তর: গ

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, আয়তাকার ঘনবস্তুর আয়তন $=$ দৈর্ঘ্য $\times$ প্রস্থ $\times$ উচ্চতা

$= (8 \times 6 \times 4)$ঘনসে.মি.

$= 192$ ঘনসে.মি.

৩৭) AF এর দৈর্ঘ্য কত সে.মি.?

(ক) 7.21 (খ) 10.77 (গ) 10 (ঘ) 12 উত্তর: খ

ব্যাখ্যা: আমরা জানি,

আয়তাকার ঘনবস্তুর কর্ণ $= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ সে.মি.

এখানে, দৈর্ঘ্য, $a = 8$ সে.মি., প্রস্থ, $b = 6$ সে.মি., উচ্চতা, $c = 4$ সে.মি.

$= \sqrt{8^2 + 6^2 + 4^2}$ সে.মি.

$= \sqrt{64 + 36 + 16}$ সে.মি.

$= \sqrt{116}$ সে.মি. $= 10.77$ সে.মি.

নিচের তথ্যের আলোকে ৩৮ ও ৩৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

4 সে.মি. ব্যাসবিশিষ্ট একটি গোলক আকৃতির বল একটি সিলিন্ডার আকৃতির বাক্সে ঠিকভাবে এঁটে যায়।

৩৮) সিলিন্ডারের আয়তন কত?

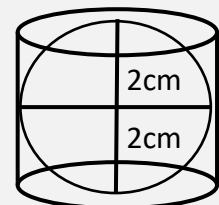
(ক) 2π (খ) 4π (গ) 8π (ঘ) 16π উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা: সিলিন্ডারের ব্যাসার্ধ, r $=$ গোলাকার ব্যাসার্ধ

$= \frac{4}{3}$ সে.মি .

$= 2$ সে.মি.

এবং উচ্চতা, h $=$ গোলকের ব্যাস $=$ 4 সে.মি.

$\therefore$ আয়তন $= \pi r^2 h = \pi \times 2^2 \times 4 = 16\pi$

৩৯) সিলিন্ডারটির অনধিকৃত অংশের আয়তন কত?

(ক) $\frac{22\pi}{3}$ (খ) $\frac{16\pi}{3}$ (গ) $\frac{8\pi}{3}$ (ঘ) $\frac{4\pi}{3}$ উত্তর: খ

ব্যাখ্যা: গোলকটির আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \times 2^3 = \frac{4}{3}\pi \times 8 = \frac{32}{3}\pi$

$\therefore$ সিলিন্ডারটির অনধিকৃত অংশের আয়তন $= 16\pi - \frac{32}{3}\pi$

$= \frac{48-32}{3}\pi = \frac{16}{3}\pi$

৪০) একটি সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের অতিভুজের দৈর্ঘ্য 12 সে.মি. হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত?

(ক) $\sqrt{72}$ বর্গ সে.মি. (খ) $\sqrt{144}$ বর্গ সে.মি.

(গ) 36 বর্গ সে.মি. (ঘ) 144 বর্গ সে.মি. উত্তর: গ

ব্যাখ্যা: $12^2 = 2(\text{ভূমি})^2$

বা, ভূমি $= \sqrt{\frac{12^2}{2}} = 8.48cm =$ উচ্চতা

$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা

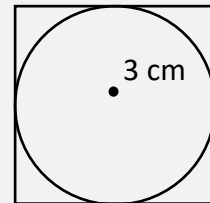
$= \frac{1}{2} \times 8.48 \times 8.48$

$= 35.9585 \approx 36$ বর্গ সে.মি.

৪১) একটি বর্গের অন্তবৃত্তের ব্যাসার্ধ 3 সে.মি. হলে বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য কত?

(ক) $\sqrt{3}$ সে.মি. (খ) $\sqrt{6}$ সে.মি. (গ) 3 সে.মি. (ঘ) 6 সে.মি. উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা: বর্গের অন্তবৃত্তের ব্যাসার্ধ $= \frac{1}{2} \times$ বর্গের বাহু

$\therefore$ বর্গের বাহু $= 6$ সে.মি.

৪২) সামান্তরিকের পরিসীমা 28 সে.মি. এবং সন্নিহিত বাহুদ্বয়ের অনুপাত 4 : 3 হলে, বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম বাহুর দৈর্ঘ্যের অন্তর কত?

(ক) 2 সে.মি. (খ) 4 সে.মি. (গ) 8 সে.মি. (ঘ) 14 সে.মি উত্তর: ক

ব্যাখ্যা: সন্নিহিত বাহুদ্বয় $4x$ ও $3x$ হলে,

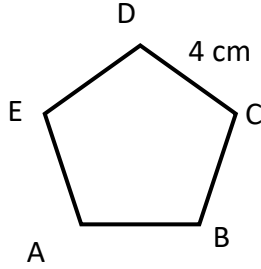
$2(4x + 3x) = 28$

বা, $14x = 28$

$\therefore x = 2$

$\therefore$ বাহুদ্বয়ের অন্তর $= 4 \times 2 - 3 \times 2 = 2$ সে.মি

৪৩)

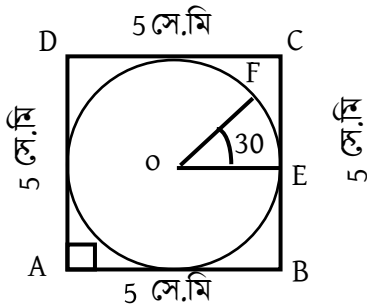
D
4 cm
E
C
A
B

সুষম পঞ্চভুজ $ABCDE$ এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?

(ক) 3.5 (খ) 4.5 (গ) 5.5 (ঘ) 27.13 উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা: ক্ষেত্রফল $= \frac{na^2}{4} cot \frac{180°}{n}$

$= \frac{5 \times 4^2}{4} cot \frac{180°}{5}$

$= 27.53$ বর্গ সে.মি.

৪৪)

চিত্রে-

i) বর্গটির ক্ষেত্রফল $= 25$ বর্গ সে.মি.

ii) বৃত্তের পরিধি $= 15.71$ সে.মি.

iii) EOF বৃত্তাংশের ক্ষেত্রফল $= 1.64$ বর্গ সে.মি.

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i, ii (খ) i, iii (গ) iii (ঘ) i, ii ও iii উত্তর: ঘ

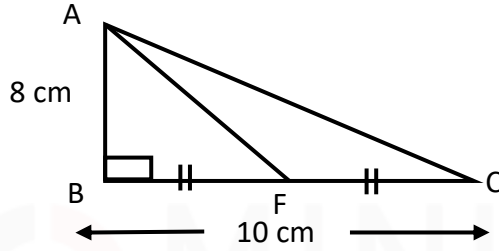
ব্যাখ্যা: বর্গের ক্ষেত্রফল $= 5^2 = 25$

বৃত্তের পরিধি $= 2\pi r = 2\pi \times \frac{5}{2} = 15.71$ সে.মি.

EOF বৃত্তাংশের ক্ষেত্রফল $= \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$

$= \frac{30}{360} \times \pi \times \left(\frac{5}{2}\right)^2$

$= 1.64$ বর্গ সে.মি

নিচের চিত্রের আলোকে ৪৫ ও ৪৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

৪৫) ΔABF এর পরিসীমা কত?

(ক) 40 সে.মি. (খ) 22.43 সে.মি. (গ) 20 সে.মি. (ঘ) 18.43 সে.মি উত্তর: খ

ব্যাখ্যা: $BF = \frac{1}{2}BC = \frac{10}{2} = 5cm$

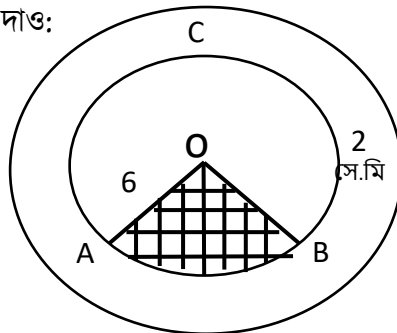
$AF = \sqrt{8^2 + 5^2} = 9.43$

$\therefore \Delta ABF$ এর পরিসীমা $= 9.43 + 5 + 8 = 22.43$

৪৬) ΔAFC এর ক্ষেত্রফল কত?

(ক) $20cm^2$ (খ) $40cm^2$ (গ) $60cm^2$ (ঘ) $80cm^2$ উত্তর: ক

ব্যাখ্যা: $\frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা $= \frac{1}{2} \times 5 \times 8 = 20cm^2$

নিচের চিত্রের আলোকে ৪৭-৪৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

চিত্রে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তাকার মাঠের সীমানা ঘেঁষে 2 মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে।

৪৭) $\angle AOB = 30°$ হলে, AB চাপের দৈর্ঘ্য কত সে.মি.?

(ক) 2.4561 (খ) 3.1416 (গ) 4.2531 (ঘ) 6.3025 উত্তর: খ

ব্যাখ্যা: AB চাপের দৈর্ঘ্য $= \frac{\pi r\theta}{180} = \frac{\pi}{180} \times 6 \times 30 = 3.1416$

৪৮) চিত্রে গাঢ় অংশের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?

(ক) π (খ) 2π (গ) $3\,\pi$ (ঘ) 4π উত্তর: গ

ব্যাখ্যা: ক্ষেত্রফল $= \frac{\theta}{360} \times \pi r^2 = \frac{30}{360} \times \pi \times 6^2 = 3\pi\ cm^2$

৪৯) রাস্তাটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ সেমি.?

(ক) 87.96 (খ) 113.09 (গ) 201.06 (ঘ) 210.06 উত্তর: ক

ব্যাখ্যা: রাস্তাটির ক্ষেত্রফল $= \pi(6+2)^2 - \pi \times 6^2 = 64\pi - 36\pi = 87.96$ বর্গ সে.মি.

৫০) বৃত্তের ব্যাস তিনগুণ বৃদ্ধি করলে ক্ষেত্রফল কত গুণ হবে?

(ক) 4 (খ) 9 (গ) 12 (ঘ) 16 উত্তর: খ

ব্যাখ্যা: বৃত্তের ব্যাস তিনগুণ বৃদ্ধি করলে ব্যাসার্ধ তিনগুণ বৃদ্ধি পাবে।

প্রাথমিক ব্যাসার্ধ r হলে ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$

তিনগুণ বৃদ্ধি পেলে ব্যাসার্ধ $= 3r$

$\therefore$ ব্যাস তিনগুণ বৃদ্ধি করলে ক্ষেত্রফল $= \pi(3r)^2 = 9\pi r^2$

$\therefore$ ক্ষেত্রফল 3 গুণ বৃদ্ধি পাবে।

৫১) কোনো ত্রিভুজের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য 9 ও 10 সেন্টিমিটার এবং এদের অর্ন্তভুক্ত কোণ 60° হলে ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?

ক) 22.5 খ) 38.97 গ) 45 ঘ) 77.94 উত্তর: খ

ব্যাখ্যা: ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} ab\ sin\theta$

$= \frac{1}{2} \times 9 \times 10 \times\ sin60° = \frac{1}{2} \times 9 \times 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= 38.97 cm^2$

এখানে,

$a =$ 9 সে.মি.

$b =$ 10 সে.মি.

$\theta = a$ ও b বাহুর মধ্যবর্তী কোণ $= 60°$

সৃজনশীল (CQ)

প্রশ্ন-১: ঢাকা বোর্ড-২০১৯

একটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 540 বর্গ সে.মি। এর দৈর্ঘ্য 7 সে.মি. কম হলে এটি একটি বর্গক্ষেত্র হয়। আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফলের সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমির দৈর্ঘ্য 36 সে.মি।

(ক) একটি চাকা 200π সে.মি পথ যেতে 10 বার ঘুরলে, চাকাটির ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

(খ) আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

(গ) ত্রিভুজটির পরিসীমা নির্ণয় কর।

সমাধান:

ক) একটি চাকা 200π পথ যেতে 10 বার ঘুরে

$\therefore$ চাকাটির পরিধি $= \frac{200\pi}{10} = 20\pi cm$

ধরি, চাকাটির ব্যাসার্ধ = ‘r’ cm

শর্তমতে, $2\pi r = 2\pi$

$\therefore r = 10cm$

$\therefore$ চাকাটির ব্যাসার্ধ $= 10\text{cm}$ **(Ans.)**

খ) মনে করি, আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য $=\ x$ সে. মি.

এবং আয়তাকার ক্ষেত্রের প্রস্থ $=\ y$ সে.মি.

$\therefore$ আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $=\ xy$ বর্গ সে.মি.

প্রশ্নমতে, $xy = 540 \ldots\ldots\ldots.(i)$

আবার, আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য 7 সে.মি কম হলে এটি বর্গক্ষেত্র হয়।

$\therefore x - 7 = y$

বা, $x = y + 7 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(ii)$

$x -$ এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$(y + 7)y = 540$

বা, $y^2 + 7y = 540$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $y^2 + 27y - 20y - 540 = 0$

বা, $y(y + 27) - 20(y + 27) = 0$

বা, $(y+27)(y-20)=0$

হয়, $y+27=0$ অথবা, $y-20=0$

বা, $y=-27$ বা, $y=20$

গ্রহণযোগ্য নয়; কারণ দৈর্ঘ্য বা প্রস্থ ঋণাত্মক হতে পারে না।

$\therefore y=20$

y এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই, $x=20+7$

বা, $x=27$

সুতরাং, আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 27 সে.মি **(Ans.)**

গ) দেওয়া আছে, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $=540\ cm^2$

এবং সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমির দৈর্ঘ্য $b=36cm$

মনে করি, সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য $=a$

আমরা জানি, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $=\frac{b}{4}\sqrt{4a^2-b^2}$

প্রশ্নমতে, $\frac{b}{4}\sqrt{4a^2-b^2}=540$

বা, $\frac{36}{4}\sqrt{4a^2-(36)^2}=540$

বা, $\sqrt{4a^2-(36)^2}=\frac{540}{9}$

বা, $\sqrt{4a^2-1296}=60$

বা, $4a^2-1296=(60)^2$ [বর্গ করে]

বা, $4a^2=3600+1296$

বা, $4a^2=4896$

বা, $a^2=1224$

$\therefore a=6\sqrt{34}$

$\therefore$ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা $=a+a+b$

$=2a+b$

$=2\times 6\sqrt{34}+36$

$=12\sqrt{34}+36$

$=105.97cm$ **(Ans.)**

প্রশ্ন-২: রাজশাহী বোর্ড-২০১৯

একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর অনুপাত 4 : 5 : 7 এবং পরিসীমা 64 সে.মি। ত্রিভুজটির পরিসীমার সমান পরিসীমাবিশিষ্ট সামান্তরিকের সন্নিহিত বাহুদ্বয়ের একটি দৈর্ঘ্য 12 সে.মি এবং একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য 28 সে.মি.।

(ক) বেলনাকার দন্ডের ভূমির ব্যাসার্ধ 6 সে.মি. ও আয়তন 180π ঘন সে.মি. হলে, এর উচ্চতা নির্ণয় কর।

(খ) ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

(গ) সামান্তরিকটির অপর কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান:

ক) দেওয়া আছে,

একটি বেলনাকার দন্ডের ভূমির ব্যাসার্ধ $r = 6cm$

ধরি, উচ্চতা $=$ $'h'\ cm$

আমরা জানি, বেলনের আয়তন $= \pi r^2 h$ ঘন একক

$\therefore \pi r^2 h = 180\pi$

বা, $6^2 \times h = 180$

বা, $h = \frac{180}{36}$

$\therefore h = 5$

$\therefore$ উচ্চতা $=$ $5cm$ **(Ans.)**

খ) মনেকরি, একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে $'a'\ cm, 'b'\ cm$ এবং $'c'\ cm$

দেওয়া আছে, $a : b : c = 4 : 5 : 7$

ধরি, $a = 4x\ cm$

$b = 5x\ cm$

এবং $c = 7x\ cm$

ত্রিভুজটির পরিসীমা $=$ $64cm$

আমরা জানি, ত্রিভুজের পরিসীমা $=$ $a + b + c$ একক

$\therefore a + b + c = 64$

বা, $4x + 5x + 7x = 64$

বা, $16x = 64$

$\therefore x = 4$

সুতরাং, ত্রিভুজের বাহুত্রয় যথাক্রমে-

$4x = 4 \times 4 = 16$ সে.মি.

$5x = 5 \times 4 = 20$ সে.মি.

$7x = 7 \times 4 = 28$ সে.মি.

আবার, ত্রিভুজটির অর্ধ পরিসীমা, $s = \frac{64}{2} cm = 32cm$

$\therefore$ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} cm^2$

$= \sqrt{32(32-16)(32-20)(32-28)} cm^2$

$= \sqrt{32 \times 16 \times 12 \times 4}$

$= 64\sqrt{6}\, cm^2$

$= 156.77 cm^2$ **(Ans.)**

গ) দেওয়া আছে, সামান্তরিকের পরিসীমা $= 64cm$

একটি বাহুর দৈর্ঘ্য, $a = 12cm$

ধরি, অপর বাহুর দৈর্ঘ্য, 'c' cm

আমরা জানি সামান্তরিকের পরিসীমা $= 2(a+c)$ একক

$\therefore 2(a+c) = 64$

বা, $a + c = 32$

বা, $12 + c = 32$

$\therefore c = 20cm$

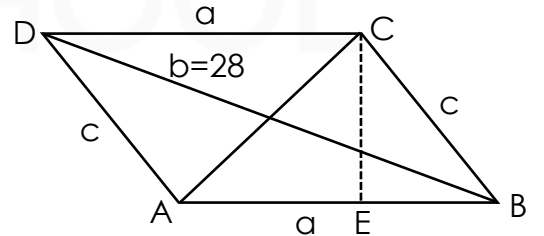
মনিকরি, $ABCD$ সামান্তরিকের $AB = DC = a = 12cm, BC = AD = c = 20cm$ এবং কর্ণ $BD = b = 28cm$। C থেকে AB এর উপর CE লম্ব টানি। A, C ও B, D যোগ করি। সুতরাং অপর কর্ণ AC।

এখন, ΔABD এর অর্ধপরিসীমা $s = \frac{AB+AD+BD}{2}$

$= \frac{12+20+28}{2} = 30$ সে.মি.

ΔABD এর ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{30(30-12)(30-28)(30-20)}$

$= \sqrt{30 \times 18 \times 2 \times 10}$

$$= 60\sqrt{3}cm^2$$

এখন, ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times AB \times CE$

বা, ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times 12 \times CE$

আমরা জানি, সামান্তরিকের কর্ণ সামান্তরিককে দুটি সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট ত্রিভুজে বিভক্ত করে।

$\therefore 60\sqrt{3} = \frac{1}{2} \times 12 \times CE$

বা, $CE = \frac{60\sqrt{3}\times 2}{12}$

$\therefore CE = 10\sqrt{3}cm$

এখন, ΔBCE সমকোণী ত্রিভুজ। পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$BC^2 = BE^2 + CE^2$

বা, $BE^2 = BC^2 - CE^2$

বা, $BE^2 = 20^2 - (10\sqrt{3})^2$

বা, $BE^2 = 400 - 300$

বা, $BE^2 = 100$

$\therefore BE = 10cm$

অতএব, $AE = AB - BE = 12 - 10 = 2cm$

ΔACE সমকোণী ত্রিভুজ থেকে পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে পাই,

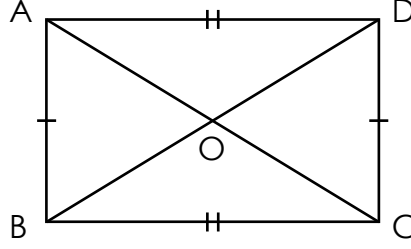
$AC^2 = AE^2 + CE^2 = 2^2 + (10\sqrt{3})^2 = 4 + 300 = 304$

$\therefore AC = 17.4356cm$

$\therefore$ নির্ণেয় কর্ণের দৈর্ঘ্য $= 17.4356cm$ **(Ans.)**

Short Tips: সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = ভূমি × উচ্চতা

রম্বসের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ১ম কর্ণ $\times$ ২য় কর্ণ

প্রশ্ন-৩: কুমিল্লা বোর্ড-২০১৯

চিত্রে, $AB = 9$ মিটার, $BC = 16$ মিটার

(ক) OB এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

(খ) $ABCD$ এর ক্ষেত্রফলের সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট কোনো বর্গের চারদিকে 2 মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে। রাস্তাটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

(গ) $ABCD$ এর পরিসীমার $\frac{3}{5}$ অংশ কোনো সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা হলে ত্রিভুজটির মধ্যমার দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান:

ক) চিত্রে, $ABCD$ ক্ষেত্রটি একটি আয়তক্ষেত্র

দেওয়া আছে, $AB = 9$ মিটার

এবং $BC = 16$ মিটার

এখন, ΔABC-এ পিথাগোরাসের উপপাদ্যের সাহায্যে পাই,

$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2}$

$= \sqrt{9^2 + 16^2}$

$= 18.358\text{m}$

আবার, AC কর্ণ = BD কর্ণ = $18.358cm$ [∵ আয়তক্ষেত্রের কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান]

$\therefore OB = \frac{BD}{2}$

$= \frac{18.358}{2}$

$= 9.179m$ **(Ans.)**

খ) $ABCD$ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= (AB \times BC)$

$= (9 \times 16)m^2$

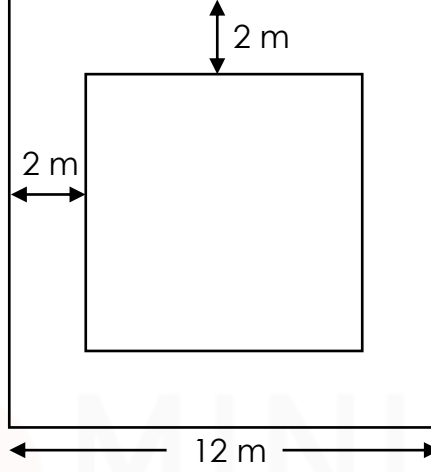
$= 144\ m^2$

ধরি, বর্গের প্রতিটি বাহুর দের্ঘ্য = $'a' \, m$

আমরা জানি, বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (বাহু)^২ বর্গ একক

∴ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= a^2$

শর্তমতে, $a^2 = 144$

$\therefore a^2 = 12\text{m}$

প্রত্যেক বাহুর দুই পাশে রাস্তা আছে।

বর্গের বাইরে চারদিকে 2 মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে।

∴ রাস্তাসহ বর্গাকার বাগানের দৈর্ঘ্য $= (12 + 2 + 2)m = 16m$

∴ রাস্তাসহ বর্গাকার বাগানের ক্ষেত্রফল $= (16m)^2 = (256m)^2$

∴ রাস্তার ক্ষেত্রফল $= (256 - 144)m^2 = 112m^2$

গ) ABCD আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা $= 2(AB + BC)m$

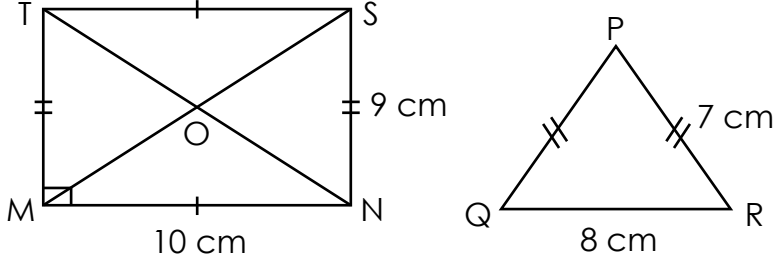
$$= 2(9 + 16)m = 50m$$

দেওয়া আছে, সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা = $ABCD$ এর পরিসীমা $\times \frac{3}{5}$

$$= 50 \times \frac{3}{5})m = 30m$$

∴ সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য $= \frac{30}{3} m = 10m$

∴ সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যমার দৈর্ঘ্য $= \frac{\sqrt{3}}{2} \times 10m = 5\sqrt{3}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন-৩: বরিশাল বোর্ড-২০১৯

(ক) OS এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

(খ) চতুর্ভুজটিকে বৃহত্তম বাহুর চতুর্দিকে ঘোরালে যে ঘনবস্তুটি উৎপন্ন হয়, তার সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল ও আয়তক্ষেত্রে ক্ষেত্রফলের অনুপাত নির্ণয় কর।

(গ) ΔPQR এর ক্ষেত্রফল কোনো বৃত্তের ক্ষেত্রফলের সমান হলে বৃত্তের পরিধি নির্ণয় কর।

সমাধান:

ক) $MNST$ ক্ষেত্রটি একটি আয়তক্ষেত্র

$\therefore MS$ কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{MN^2 + SN^2}$

$= \sqrt{10^2 + 9^2} cm = 13.45cm$

$\therefore OS = \frac{MS}{2} = \frac{13.45}{2} cm = 6.725cm$ **(Ans.)**

খ) $MNST$ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= (MN \times SN) = (10 \times 9)cm^2$

$MNST$ চতুর্ভুজটিকে বৃহত্তর বাহুর চতুর্দিকে ঘোরালে যে ঘনবস্তুটি উৎপন্ন হয় তা হলো বেলন।

এখানে, বেলনটি উচ্চতা, $h = MN = 10cm$

বেলনটি ব্যাসার্ধ, $r = SN = 9cm$

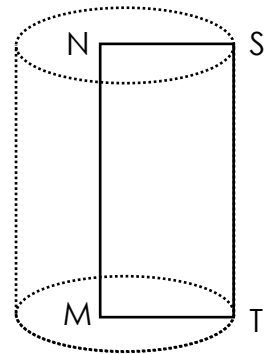
$\therefore$ বেনলটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi r(r + h)$

$= 2\pi \times (9 + 10)cm^2$

$= 1074.4247\ cm^2$

$\therefore$ বেলনের সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল ও আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অনুপাত

$= 1074.4247 : 90$

$= 11.938 : 1$ **(Ans.)**

গ) ΔPQR একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ

ত্রিভুজটির সমান বাহুদ্বয়ের প্রত্যেকের দৈর্ঘ্য, $a = PQ = PR = 7cm$

ত্রিভুজটির অপর বাহুর দৈর্ঘ্য, $b = QR = 8cm$

$\therefore \Delta PQR$ এর ক্ষেত্রফর $= \frac{b}{4}\sqrt{4a^2 - b^2}$

$= \frac{8}{4}\sqrt{4 \times 7^2 - 8^2}$

$= 22.978\ cm^2$

$\therefore$ একটি বৃত্তের ক্ষেত্রফল $=\ 22.978\ cm^2$

ধরি, বৃত্তটির ব্যাসার্ধ $=\ `r'\ cm$

শর্তমতে, $\pi r^2 = 22.978$

$\therefore r = 2.7cm$ (প্রায়)

$\therefore$ বৃত্তটির পরিধি $= 2\pi r = (2\pi \times 2.7)cm$

$= 16.9646cm$ **(Ans.)**

প্রশ্ন-৫: ঢাকা বোর্ড-২০১৯

একটি বেলনাকার পিলারের আয়থন 180π ঘনমিটার। এর ভূমির ক্ষেত্রফল 9π বর্গমিটার। 6 মিটার দীর্ঘ একটি মই ভূমির সাথে $30°$ কোণ করে পিলার ঠেস দিয়ে রাখা আছে। মইটির গোড়া এর পূর্বের অবস্থান থেকে পিলারের দিকে x মিটার এগিয়ে এনে ভূমির সাথে $45°$ কোণ করে পিলারে ঠেস দিয়ে রাখা হলো।

(ক) কোনো রম্বসের ক্ষেত্রফল 160 বর্গ সে.মি এবং একটি কর্ণ 20 সে.মি. হলে, অপর কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

(খ) পিলারটির বক্রপৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

(গ) x এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান:

ক) দেওয়া আছে, রম্বসের ক্ষেত্রফল $=\ 160cm^2$

এবং একটি কর্ণ $= 20cm$

ধরি, অপর কর্ণের দৈর্ঘ্য $=\ `d'\ cm$

আমরা জানি, রম্বসের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ কর্ণদ্বয়ের গুণফল

$\therefore \frac{1}{2} \times 20 \times = 160$

বা, $d = \frac{160\times2}{20}$

$\therefore d = 16$

সুতরাং, অপর কর্ণের দৈর্ঘ্য $16cm$ **(Ans.)**

খ) দেওয়া আছে, পিলারের আয়তন $= 180\pi m^3$

এবং ভূমির ক্ষেত্রফল $= 9\pi m^2$

ধরি, পিলারটির ব্যাসার্ধ $=$ 'r' m এবং উচ্চতা $=$ 'h' m

আমরা জানি, বেলনের ভূমির ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$ বর্গ একক

$\therefore \pi r^2 = 9\pi$

$\therefore \mathrm{r} = 3\mathrm{m}$

আবার, আমরা জানি বেলনের আয়তন $= \pi r^2 h$ ঘন একক

$\therefore \pi r^2 h = 180\pi$

বা, $\pi \times 3^2 \times h = 180\pi$ $[r = 3m]$

$\therefore \mathrm{h} = 20\mathrm{m}$

$\therefore$ বক্র পৃষ্ঠ তলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi rh$

$= 2\pi \times 3 \times 20 = 120\pi\ m^2$ **(Ans.)**

গ) মই, $AB = DE = 6m$

ধরি, $BD = x$

ΔABC হতে, $cos\angle ABC = \frac{BC}{AB}$

বা, $\cos 45° = \frac{BC}{6}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{BC}{6}$ $[\because cos45° = \frac{1}{\sqrt{2}}]$

$\therefore BC = 3\sqrt{2}$

ΔDEC হতে, $cos\angle CDE = \frac{CD}{DE}$

বা, $\cos 30° = \frac{CD}{6}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{CD}{6}$ $[\because cos30° = \frac{\sqrt{3}}{2}]$

বা, $CD = 3\sqrt{3}$

বা, $BD + BD = 3\sqrt{3}$ [$\because CD = BD + BC$]

বা, $x + 3\sqrt{2} = 3\sqrt{3}$

বা, $x = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{2}$

বা, $x = 3(\sqrt{3} - \sqrt{2})$

$\therefore x = 0.9535m$ **(Ans.)**

প্রশ্ন-৬: যশোর বোর্ড, দিনাজপুর বোর্ড-২০১৯

একটি ট্রাপিজিয়োমের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 56 সে.মি. ও 86 সে.মি.। একটি লোহার পাইপের ভেতরের ও বাইরের ব্যাস যথাক্রমে 10 সে.মি ও 13 সে.মি এবং উচ্চতা 6 মিটার।

(ক) পাইপের বাইরের বক্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

(খ) এক ঘন সে.মি লোহার ওজন 7.2 গ্রাম হলে পাইপের লোহার ওজন নির্ণয় কর।

(গ) ট্রাপিজিয়ামের অপর বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য 13 সে.মি ও 19 সে.মি হলে, ট্রাপিজিয়ামটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান:

ক) পাইপের বাইরের ব্যাস $= 13cm$

$\therefore$ পাইপের বাইরের ব্যাসার্ধ, $r = \frac{13}{2} cm$

পাইপের উচ্চতা, $h = 6m = 600cm$

$\therefore$ পাইপের আবরের বক্রতার ক্ষেত্রফল $= 2\pi rh$

$$= 2\pi \times \frac{13}{2} \times 600\ cm^2$$

$$= 7800\pi\ cm^2$$

$$= 24504.42\ cm^2 \text{ (প্রায়)}$$

খ) দেওয়া আছে, পাইপের ভিতরের ব্যাস $=$ 10 সে.মি.

বাইরের ব্যাস $=$ 13 সে.মি

উচ্চতা $=$ 6 মিটার

$= 6 \times 100$ সে.মি

$= 600$ সে.মি

1 ঘন সে.মি. লোহার ওজন $= 7.2$ গ্রাম।

আমরা জানি, পাইপের আয়তন $=$ ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা

$$= \pi r^2 \times h$$

যেখানে, $\pi = 3.1416$

$r =$ বেলনের ব্যাসার্ধ

$h =$ বেলনের উচ্চতা

$\therefore$ পাইপের ভিতরের আয়তন $= \pi \times (\frac{10}{2})^2 \times 600 m^3$

$$= 47123.8898\ m^3$$

$\therefore$ পাইপের বাইরের আয়তন $= \pi \times (\frac{13}{2})^2 \times 600 m^3$

$$= 79639.37377\ m^3$$

$\therefore$ পাইপের লোহার আয়তন $= (79639.37377 - 47123.8898) cm^3$

$$= 32515.48937 cm^3$$

যেহেতু, 1 ঘন সে.মি লোহার ওজন $= 7.2g$

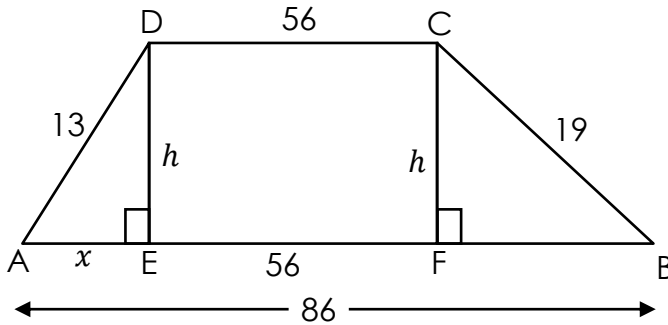
$\therefore 32515.48397$ ঘন সে.মি. লোহার ওজন $= (32515.48397 \times 7.2)$

$$= 234111.4846\ g$$

$$= \frac{234111.4846}{1000} kg$$

$$= 234.1115\ kg$$

$\therefore$ নির্ণেয় পাইপের লোহার ওজন 234.1115 কিলোগ্রাম। **(Ans.)**

গ)

মনে করি, $ABCD$ ট্রাপিজিয়ামের $AB = 86$ সে.মি., $CD = 56$ সে.মি.। C ও D থেকে AB এর ওপর যথাক্রমে DE ও CF লম্ব টানি।

$\therefore CDEF$ একটি আয়তক্ষেত্র।

$\therefore EF = CD = 56$ সে.মি.।

ধরি, $AE = x$ এবং $DE = CF = h$

$\therefore BF = AB = AF = 86 - (AE + EF)$

$= 86 - (x + 56) = 30 - x$

ADE সমকোণী ত্রিভুজে,

$AE^2 + DE^2 = AD^2$

বা, $x^2 + h^2 = (13)^2$

$\therefore x^2 + h^2 = 169 \ldots\ldots\ldots\ldots (\text{i})$

আবার, BCF সমকোণী ত্রিভুজে,

$BF^2 + CE^2 = BC^2$

বা, $(30 - x)^2 + h^2 = (19)^2$

বা, $900 - 60x + x^2 + h^2 = 361$

বা, $900 - 60x + 169 = 361$ [(i) হতে]

বা, $1069 - 361 = 60x$

বা, $60x = 708$

বা, $x = \frac{708}{60}$

$\therefore x = 11.8$

(i) নং এ x এর মান বসিয়ে পাই,

$(11.8)^2 + h^2 = 169$

বা, $139.24 + h^2 = 169$

বা, $h^2 = 169 - 139.24$

বা, $h^2 = 29.76$

বা, $h = \sqrt{29.76}$

$\therefore \mathrm{h} = 5.45$ সে.মি. (প্রায়)

$\therefore$ ABCD ট্রাপিজিয়ামটির ক্ষেতফল $= \frac{1}{2}(AB + CD)h$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(86 + 56)5.46$

$= 71 \times 5.46$

$= 387.66$ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ নির্ণেয় ট্রাপিজিয়ামটির ক্ষেত্রফল 387.366 বর্গ সে.মি.।

প্রশ্ন-৭: চট্টগ্রাম বোর্ড-২০১৯

একটি লোহার পাইপের ভিতরের ও বাহিরের ব্যাস যথাক্রমে 14 সে.মি. ও 16 সে.মি এবং পাইপের উচ্চতা 5 মিটার। 1 ঘন সে.মি লোহার ওজন 7.2 গ্রাম। আবার অন্য একটি বৃত্তের পরিধি = 660 মিটার।

(ক) বৃত্তের ব্যাস 25 সে.মি. হলে এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকরে আলোকে বৃত্তে অন্তর্লিখিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

(গ) পাইপের লোহার ওজন নির্ণয় কর।

সমাধান:

ক) দেওয়া আছে, বৃত্তের ব্যাস = $25cm$

$\therefore$ বৃত্তের ব্যাসার্ধ $= \frac{25}{2} cm = 12.5\ cm$

$\therefore$ বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi(12.5)^2 cm^2 = 490.87 cm^2$ (প্রায়)

খ) দেওয়া আছে, বৃত্তের পরিধি = $660m$

ধরি, বৃত্তের ব্যাসার্ধ = $'r'\ m$

শর্তমতে, $2\pi r = 660$

$\therefore$ r = 105.04m

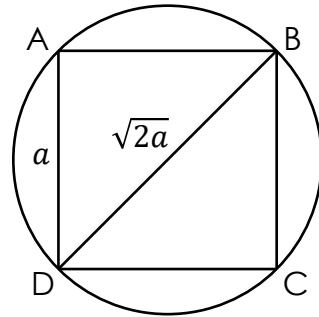
$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য = বৃত্তের ব্যাস

$= 2r = 210.08m$

ধরি, বর্গটির প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য = $'a'\ m$

শর্তমতে, $a\sqrt{2} = 210.08$

$\therefore a = 148.55m$

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= a^2 = (148.55)^2 m^2 = 22067.7538 m^2$ **(Ans.)**

গ) দেওয়া আছে,

পাইপের উচ্চতা, $h = 5$ মিটার

$= (5 \times 100)$

$= 500$ সে.মি.

পাইপের বাইরের ব্যাসার্ধ, $R = \frac{16}{2} = 8$ সে.মি.

পাইপের ভেতরের ব্যাসার্ধ, $r = \frac{14}{2} = 7$ সে.মি.

∴ পাইপের লোহার আয়তন = পাইপের বাইরের আয়তন – পাইপের ভিতরের ফাঁপা আয়তন

$= \pi R^2 h - \pi r^2 h$

$= \pi h(R^2 - r^2)$

$= 3.1416 \times 500 \times (8^2 \times 7^2) = 23562$ ঘন সে.মি.

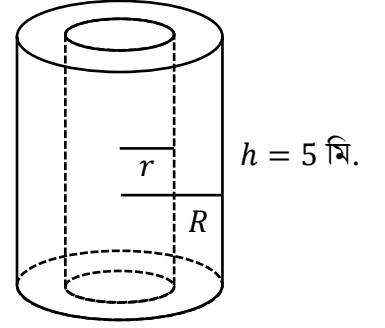
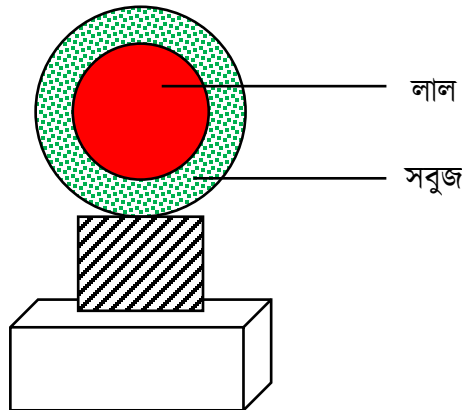
দেওয়া আছে,

1 ঘন সে.মি. লোহার ওজন 7.2 গ্রাম

পাইপের লোহর ওজন $= (23652 \times 7.2)$ গ্রাম

$= 169646.4$ গ্রাম

$= \frac{169646.4}{1000}$ কেজি [∵ 1000 গ্রাম = 1 কেজি]

$= 169.64$ কেজি **(Ans.)**

প্রশ্ন-৮: সিলেট বোর্ড-২০১৯

চিত্রে একটি ট্রফি দেখানো হয়েছে। এর উপরের অংশের আকৃতি বৃত্তাকার, মাঝের অংশের আকৃতি বর্গাকার এবং নিচের অংশটি একটি আয়তাকার ঘনবস্তু। উপরের অংশের বাহিরের পরিধি 22 সে.মি. এবং মাঝের অংশের পরিসীমা 20 সে.মি। উপরের অংশের সবুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল লাল ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণ। ট্রফিটির নিচের অংশের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতার অনুপাত $5:4:3$ এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য $10\sqrt{2}$ সে.মি.।

(ক) ট্রফিটির মাঝের অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

(খ) ট্রফিটি উপরের অংশের লাল ক্ষেত্রের ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

(গ) ট্রফিটির নিচের অংশটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান:

ক) ট্রফিটির মাঝের অংশের আকৃতি বর্গাকার।

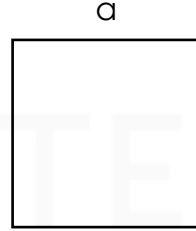
দেওয়া, উক্ত বর্গটির পরিসীমা $= 20cm$

ধরি, বর্গটির বাহুর দৈর্ঘ্য $= 'a'\ cm$

$\therefore$ বর্গটির পরিসীমা $= 4a$

শর্তমতে, $4a = 20$

$\therefore \mathrm{a} = 5\ \mathrm{cm}$

$\therefore$ ট্রফিটির মাঝের অংশের ক্ষেত্রফল $= a^2 = 5^2 cm^2 = 25cm^2$

খ) দেওয়া আছে, বৃহৎ বৃত্তের পরিধি$= 22cm$

ধরি, বৃহৎ বৃত্তটির ব্যাসার্ধ $= R$

ক্ষুদ্র বৃত্তটির ব্যাসার্ধ $= r$

শর্তমতে, $2\pi R = 22$ [$\because$ বৃত্তের পরিধি $2\pi r$]

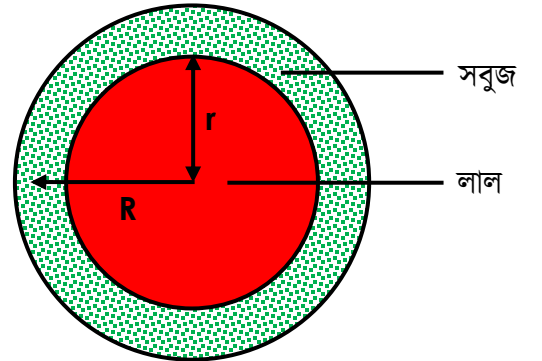
বা, $R = \frac{22}{2\pi}$

$\therefore R = \frac{11}{\pi}$

দেওয়া আছে, সবুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল লাল ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণ।

$\therefore$ সবুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $=$ (বৃহৎ বৃত্তের ক্ষেত্রফল $-$ ক্ষুদ্র বৃত্তের ক্ষেত্রফল)

$= \pi R^2 - \pi r^2\ cm^2$

আবার, লাল ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $=$ ক্ষুদ্রবৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2\ cm^2$

শর্তমতে, $\pi R^2 - \pi r^2 cm^2 = 2\pi r^2 cm^2$

বা, $\pi R^2 = 3\pi r^2$

বা, $r^2 = \frac{\pi r^2}{3\pi}$

বা, $r = \frac{R}{\sqrt{3}} = \frac{11}{\pi\sqrt{3}} cm$

$\therefore$ লাল ক্ষেত্রের ব্যাসার্ধ, $r = \frac{11}{\pi\sqrt{3}}\text{cm} = 2.02\text{cm}$ **(Ans.)**

গ) মনে করি, একটি আয়তকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে 'a' cm, 'b' cm, এবং 'c' cm

দেওয়া আছে, $a : b : c = 5 : 4 : 3$

এবং কর্ণ $= 10\sqrt{2} cm$

ধরি, $a = 5x\ cm$

$b = 4x\ cm$

এবং $c = 3x\ cm$

আমরা জানি, কর্ণ $= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

শর্তমতে, $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = 10\sqrt{2}$

বা, $a^2 + b^2 + c^2 = (10\sqrt{2})^2$ [উভয়পক্ষ বর্গ করে]

বা, $(5x)^2 + (4x)^2 + (3x)^2 = 200$

বা, $25x^2 + 16x^2 + 9x^2 = 200$

বা, $50x^2 = 200$

$\therefore \text{x} = 2$

$\therefore$ ঘনবস্তুটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2(ab + bc + ac)cm^2$

$= 2(5x.4x + 4x.3x + 3x.5x)\ cm^2$

$= 2(20x^2 + 12x^2 + 15x^2)\ cm^2$

$= 2 \times 47x^2 cm^2$

$= 94 \times 2^2 cm^2$

$= 376 cm^2$ **(Ans).**